

# VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA DEGLI EDIFICI STRATEGICI O RILEVANTI

(Ord.P.C.M. n.3274 e s.m.i., D.M. 14/09/2005)

## EDIFICIO IN CEMENTO ARMATO

### *Scuola media "Pellico" - Camerano (AN)*

- TERZA PARTE -







Regione Marche

DIPARTIMENTO PER LE POLITICHE INTEGRATE DI SICUREZZA E PER LA PROTEZIONE CIVILE

**P.F. RISCHIO SISMICO ED OPERE PUBBLICHE D'EMERGENZA**

Esempio applicativo c.a.  
Scuola "Pellico", Camerano (AN)

*TERZA PARTE*



- TERZA PARTE - .....	121
13. Le verifiche di vulnerabilità in campo non lineare .....	121
13.1 Le verifiche di vulnerabilità di livello 2.....	121
13.1.1 Premessa.....	121
13.1.2 L'analisi statica non lineare (Push-over) .....	122
13.1.3 Considerazioni relative alla distribuzione delle forze orizzontali.....	123
13.1.4 Il push-over secondo l'opcm 3431 .....	128
13.1.5 Metodi alternativi per la stima del coefficiente di partecipazione $\Gamma$ .....	133
14. L'obiettivo del pushover .....	134
14.1 Determinazione della curva di capacità .....	134
14.1.1 Introduzione .....	134
14.1.2 Push-n°1 – Cerniere flessionali.....	138
14.1.3 Push-n°2 – Cerniere flessionali e a taglio nei pilastri corti.....	144
14.1.4 Push-n°3 – Esclusione dei pilastri "corti".....	146
14.1.5 Conclusioni .....	148
14.1.6 Ulteriori approfondimenti .....	149
15. La valutazione delle risposta non lineare di edifici in c.a. ....	150
15.1 Il passaggio dal sistema M-GDL al sistema 1-GDL .....	150
15.1.1 Premessa.....	150
15.1.2 Push-mass +X .....	150
15.1.3 Push-mode +X .....	154
16. La valutazione delle risposta non lineare di edifici in c.a. ....	156
16.1 Metodi semplificati per la valutazione.....	156
16.1.1 Premessa.....	156
16.1.2 Il metodo dello spettro di capacità CSM ( <i>Freeman</i> ).....	157
16.1.3 A Nonlinear Analysis Method for Performance Base Deismic Design ( <i>Peter Fajfar</i> ) .....	161
17. La valutazione delle risposta non lineare della scuola Silvio Pellico. ....	173
17.1 La risposta non lineare in termini globali della struttura .....	173
17.1.1 La valutazione della risposta non lineare al Danno Limitato (MASS +X).....	174
17.1.2 La valutazione della risposta non lineare al Danno Limitato (MODE +X).....	178
17.1.3 Considerazioni e commenti validi per il Danno Limitato.....	179
17.1.4 La valutazione della risposta non lineare al Danno Severo (MASS +X e MODE +X).....	180
17.1.5 La valutazione della risposta non lineare al Collasso (MASS +X e MODE +X).....	181
18. Considerazioni finali sulle verifiche di livello 1 e 2 .....	183
18.1 Valutazioni critiche e propositive .....	183
18.1.1 La corretta valutazione della risposta lineare e non lineare .....	183

# VALUTAZIONE DELLA SICUREZZA SISMICA DELLA SCUOLA MEDIA "PELLICO" DI CAMERANO (AN), secondo la OPCM n.3274/03 e s.m.i. e le Norme Tecniche per le Costruzioni DM 14/09/05

## - TERZA PARTE -

### 13. Le verifiche di vulnerabilità in campo non lineare

#### 13.1 Le verifiche di vulnerabilità di livello 2

##### 13.1.1 Premessa

Il DPCM 21 ottobre 2003, tramite le verifiche di livello 2, si propone di arrivare alla definizione di una curva di capacità globale forza-spostamento, con la conseguente definizione dei tre livelli di accelerazione al suolo, corrispondenti ai tre stati limite definiti dalle norme al punto 11.2, e dei loro rapporti con le accelerazioni attese con probabilità 2%, 10% e 50% in 50 anni, che poi per strutture di classe 2 si riducono a probabilità corrispondenti a 1%, 5% e 30% in 50 anni.

Questo tipo di verifica viene specificatamente indicato per strutture irregolari per le quali, data la complessità dell'analisi, è richiesto un livello di conoscenza approfondito, pari almeno ad un LC2 o LC3, ai sensi dell'opcm 3431.

Nell'ottica di un approccio alle verifiche che è preceduto da un adeguato o accurato livello di indagine, il decreto dispone inoltre che anche la caratterizzazione del terreno sia maggiormente attendibile, per cui si richiedono esplicitamente prove in situ, obbligando il professionista ad eseguire almeno una NSPT.

Le disposizioni attuative contenute nel decreto ministeriale indicano nell'analisi statica non lineare, condotta secondo quanto previsto al punto 4.5.4 dell'opcm, la metodologia di calcolo convenzionale; il ricorso all'analisi lineare è comunque possibile alle condizioni descritte al punto 11.2.5.4 delle norme, ovvero quando il rapporto domanda/capacità è uniforme per i diversi elementi, quando la domanda è contenuta entro limiti accettabili per ogni elemento e quando i collassi di tipo fragile sono impediti.

I primi esempi applicativi del metodo di validazione del modello lineare, hanno mostrato con evidenza come la stragrande maggioranza degli edifici non riescano a rispondere ai requisiti richiesti dalla norma, perché la mancata rispondenza alle condizioni di regolarità geometriche e strutturali che comunemente caratterizza i fabbricati esistenti, incidono in maniera considerevole sulla richiesta di uniformità di comportamento degli elementi resistenti. Inoltre la cattiva qualità dei calcestruzzi e la consueta carenza di armatura in compressione e soprattutto a taglio, che di fatto rappresentano lo standard per strutture in c.a. non calcolate secondo le norme sismiche, fanno sì che spesso i meccanismi fragili legati al taglio od ai collassi dei nodi, prevengano quelli duttili.

E' evidente dunque che la norma indirizza quasi sempre verso l'analisi non lineare; tuttavia, come sarà meglio spiegato e commentato in seguito, è noto che tra le analisi non lineari, quella statica (push-over) è particolarmente affidabile solo se la struttura è regolare<sup>1</sup>, per cui a rigore sarebbe opportuno orientarsi verso una dinamica non lineare, in cui l'azione sismica è rappresentata da accelerogrammi.

Il Decreto Ministeriale, orientando esplicitamente la verifica verso il push-over proprio nel caso in cui le strutture siano irregolari, sembra dunque cadere in contraddizione con i requisiti di affidabilità propri del metodo. Tuttavia, seguendo la logica che è propria ad esempio dell'Eurocodice 8 a cui l'ordinanza fa esplicito riferimento, è bene far notare che tanto più una struttura è irregolare quanto più, entrando in campo plastico (cosa che comunemente avviene durante un terremoto apprezzabile in cui si hanno danneggiamenti), il suo comportamento si allontana da quello che avrebbe in campo elastico, per cui diventa approssimativa anche una analisi lineare.

<sup>1</sup> E' soprattutto l'irregolarità in altezza che incide fortemente sulla risposta dell'analisi statica non lineare



Peraltro l'efficacia dei metodi di analisi lineari viene ulteriormente compromessa dal fatto che non esistono criteri certi per definire un valore del fattore di struttura che possa in qualche modo tener conto della capacità duttile della struttura.

Constatato che allo stato attuale quasi tutti i software hanno implementato esclusivamente l'analisi non lineare statica (solo pochi programmi permettono la dinamica non lineare), lo scopo del presente documento è quello di chiarire gli aspetti salienti della tecnica di push-over, cercando di analizzare tutti gli step necessari alla comprensione dei dati di input ed alla lettura di quelli di output, con la finalità di creare, per quanto possibile, degli strumenti di controllo che possano permettere al professionista di maneggiare con più dimestichezza tale tipo di analisi.

### 13.1.2 L'analisi statica non lineare (Push-over)

La capacità di una struttura di resistere ad un evento sismico dipende fortemente dalle sue capacità di resistenza, di deformabilità e dalla sua duttilità, intendendo con questa la proprietà di entrare in campo plastico.

I metodi di analisi elastici statici o dinamici, tengono conto del comportamento non lineare della struttura tramite un fattore di struttura "q" che di fatto permette di ridurre lo spettro di risposta elastico; tuttavia questi metodi non riescono a cogliere i cambiamenti della risposta globale della struttura che si verificano man mano che i singoli elementi si comportano in modo duttile ed in più non riescono a fornire informazioni sulla distribuzione della domanda di anelasticità della struttura.

I metodi di analisi statica non lineare permettono invece di cogliere meglio questi aspetti, dimostrandosi un valido strumento in fase di verifica, laddove risulta necessario valutare la coerenza fra fattori di struttura assunti ed effettive capacità di duttilità della struttura.

L'analisi statica non lineare (push-over) è un approccio alle verifiche piuttosto recente nel nostro paese, soprattutto se paragonato a nazioni come gli Stati Uniti, dove già da diversi anni viene applicata con grande diffusione.

Il metodo consiste nel calcolo della risposta inelastica della struttura soggetta a forzanti orizzontali crescenti, nella successiva valutazione degli spostamenti della struttura (richiesta di spostamento) in corrispondenza dei livelli di carico sismico predefiniti ed infine nella verifica di compatibilità tra gli spostamenti richiesti dal sisma di riferimento e quelli che la struttura è in grado di fornire.

In questo tipo di analisi si applicano incrementalmente, ad un modello della struttura soggetto ai carichi gravitazionali e con materiali a comportamento non lineare, particolari distribuzioni di forze statiche orizzontali che, mantenendo invariati i rapporti tra le stesse, vengono tutte scalate in modo da far crescere monotonamente lo spostamento orizzontale di un punto di controllo (ad esempio un punto in sommità dell'edificio), spingendo di fatto in campo non lineare la struttura fino a portarla al collasso.

Qualora si ritenga che eventuali effetti del secondo ordine possano influenzare la risposta globale (si pensi ad esempio al caso in cui si abbiano pilastri snelli), è bene che nell'analisi se ne tenga conto, imponendo al proprio software di considerare anche la non linearità di tipo geometrico (tipicamente i software permettono di mettere in conto ad esempio l'effetto P- $\Delta$ ).

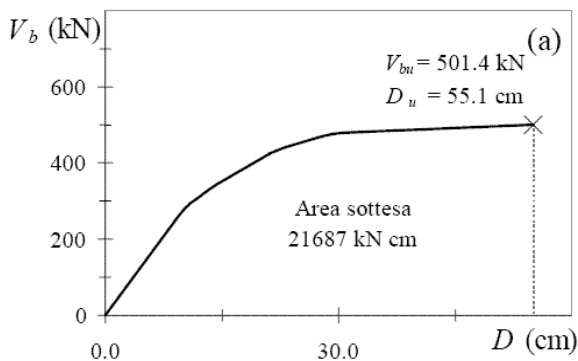


Figura 13.1.2.1 - dall'articolo di nota 4

Il risultato finale dell'analisi è una curva **Taglio alla Base** (somma di tutte le forze orizzontali incrementate) - **Spostamento** (di un punto ritenuto significativo del comportamento globale), che rappresenta la **CURVA DI CAPACITA'** della struttura e che quindi verrà confrontata con la domanda, rappresentata da alcuni punti sulla stessa curva, individuati in corrispondenza di valori degli spostamenti corrispondenti alle massime domande di spostamento che la struttura subirebbe qualora fosse soggetta ai diversi terremoti di progetto.<sup>2</sup>

Come sarà meglio chiarito in seguito, in corrispondenza di ogni punto della curva di capacità possono essere valutati importanti parametri come lo spostamento globale, lo spostamento relativo tra i vari piani, le deformazioni e le sollecitazioni nei vari elementi strutturali, per cui con tale analisi sarà possibile verificare la capacità della struttura sia in termini di resistenza che di deformabilità tenendo conto sia delle non linearità geometriche sia di quelle del materiale.

### 13.1.3 Considerazioni relative alla distribuzione delle forze orizzontali

Al variare del tipo di distribuzione e della modalità di applicazione delle forze laterali, della modalità con cui si valuta lo spostamento prefissato e dei parametri di controllo attivati durante l'analisi, si distinguono diversi tipi di analisi statica non lineare, comunemente identificate come push-over di tipo "convenzionale", di tipo "modale" ed infine di tipo "adattivo".

In particolare l'opcm 3431 suggerisce che, **nel caso di strutture regolari** (punto 4.3), per la valutazione del legame taglio alla base – spostamento di un punto di controllo, vengano applicate ai baricentri delle masse dei vari piani, due diverse distribuzioni di forze orizzontali; in particolare si considerano una distribuzione invariante uniforme di forze proporzionali alla massa, e una distribuzione di forze proporzionale al prodotto delle masse per la deformata individuata dal primo modo di vibrare.

In realtà potrebbero essere utilizzati dei profili di forze alternativi di cui il primo è quello usualmente utilizzato per le analisi statiche lineari in cui le forze sono proporzionali al prodotto della massa per l'altezza del piano dalla base dell'edificio, il secondo si può generare associando la deformata del primo modo di vibrare alle deformate relative ai modi superiori.

In quest'ultimo caso le deformate modali ed i corrispondenti periodi vengono determinati a priori tramite una analisi modale prima dell'esecuzione del push-over; il profilo invariante considerato deriva quindi da una combinazione modale SRSS delle forze associate a ciascun modo di vibrare, in cui nella sommatoria si considerano un numero  $m$  di modi tali che venga eccitato almeno l'85% della massa totale.

<sup>2</sup> Maggiori dettagli verranno illustrati più avanti

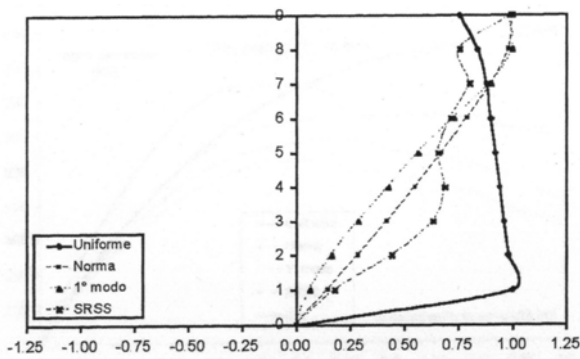


Figura 13.1.3.1 – dall'articolo di nota 4

In termini grafici, a titolo di esempio, nella figura 13.1.3.1 vengono rappresentate le quattro distribuzioni di forze laterali che sono state sopra menzionate. Per una maggior comprensione si mette in evidenza che per “Uniforme” si intende la distribuzione proporzionale alle masse, per “Norma” quella proporzionale alle masse moltiplicate per le altezze rispetto alla base, per “1° modo” quella tipica dell’ordinanza e per SRSS quella che prevede una combinazione dei modi significativi della struttura, previa analisi modale.

Svolgiamo un esempio pratico per capire come si calcola la distribuzione delle forze laterali nei quattro casi succitati.

Si prenda come riferimento un edificio a 3 piani, caratterizzato dai seguenti valori di massa ed altezza:

- Piano primo: 55 tonnellate – altezza: 3,5 metri dal p.c.
- Piano secondo: 55 tonnellate – altezza 7,0 metri dal p.c.
- Piano terzo: 50 tonnellate – altezza 10,0 metri dal p.c.

La caratterizzazione dinamica della struttura, non regolare ai sensi della opcm 3431 ha fornito i seguenti risultati:

<b>Tabella 13.1.3a - Periodi e masse modali partecipanti del telaio non regolare</b>			
<b>Modi</b>	<b>Periodi [s]</b>	<b>Massa X [%]</b>	<b>Massa Y [%]</b>
1	0,83	60,8	7,39
2	0,78	24,3	45,6
3	0,71	4,07	36,3
4	0,28	5,65	0,91
5	0,26	2,87	4,51
6	0,24	0,49	3,56
7	0,18	0,98	0,21
8	0,17	0,65	0,84
9	0,15	0,12	0,67

Per rendere più funzionale la distribuzione e l’entità delle forze orizzontali, si può pensare di utilizzare come valore di partenza, quello corrispondente al taglio alla base atteso; questo si stima facilmente moltiplicando l’accelerazione spettrale attesa per lo stato limite in esame per il valore della massa totale:

$$V_b^{\max} = S_{Ad}(T_1) \cdot W$$

essendo  $T_{1x}$  il valore 0,83 riportato in tabella 13.1.3a

Utilizzando la formula derivante dallo spettro di progetto valido ad esempio per una zona 2, con sottosuolo rientrante nella categoria B ed ipotizzando un fattore di struttura per la nostra struttura esistente pari a  $2^3$ , essendo  $T_{1x}$  compreso tra  $T_C$  e  $T_D$ , risulta:

<sup>3</sup> è un valore assolutamente convenzionale che serve esclusivamente per una stima di massima del taglio alla base atteso.



$$S_{Ad}(T_{1x}) = a_g S \cdot \frac{2,5}{q} \left( \frac{T_c}{T_{1x}} \right) = 0,25 \cdot 1,25 \cdot \frac{2,5}{2} \cdot \left( \frac{0,5}{0,83} \right) = 0,235g$$

per cui:

$$V_{bx}^{\max} = S_{Ad}(T_1)W = 0,235 \cdot (550 + 550 + 500) = 376KN$$

è il valore del taglio alla base atteso.

1) Nel caso di distribuzione uniforme si ha:

**Tabella 13.1.3b – Distribuzione dei carichi prop. alle masse**

Piano	Massa [tonn]	Massa piano / tot	Forza laterale (KN)
1	55	0,34375	129,25
2	55	0,34375	129,25
3	50	0,31250	117,50
Σ	160	1	376

2) Nel caso di distribuzione legata alla deformata del primo modo di vibrare è necessario ricavare ulteriori informazioni; in particolare servono i dati relativi alla caratterizzazione dinamica della struttura, con riferimento agli spostamenti associati ai singoli modi di vibrare, per poi procedere alla normalizzazione rispetto allo spostamento massimo.

Con riferimento al primo modo di vibrare si osserva che lo spostamento massimo è localizzato in corrispondenza dell'ultima elevazione per cui, normalizzando rispetto a questo spostamento si ha:

**Tabella 13.1.3c – Distribuzione dei carichi prop. al primo modo**

Piano	Massa [tonn]	Deformata modale	Massa x deformata	Massa x def. / tot	Forza laterale (KN)
1	55	0,39	21,45	0,187	70,31
2	55	0,78	42,9	0,375	141
3	50	1	50	0,438	164,69
Σ	160		114,35		376

Si faccia caso al grado di approssimazione della procedura: la distribuzione e l'entità delle forze laterali è stata calcolata associando tutta la massa strutturale al solo 1° modo di vibrare per il quale in realtà si attiva solo il 60,80% della massa (vedi tabella 13.1.3.a).

3) Nel caso di distribuzione invariante basata sul prodotto tra massa ed altezza di piano rispetto alla base, sempre dopo aver stimato il valore atteso del taglio alla base che potrebbe interessare la struttura, si ha:

**Tabella 13.1.3d – Distribuzione dei carichi prop. alla massa per l'altezza**

Piano	Massa [tonn]	Altezza (m)	Massa x altezza	Massa x alt. / tot	Forza laterale (KN)
1	55	3,5	192,5	0,178	66,93
2	55	7	385	0,357	134,23
3	50	10	500	0,465	174,84
Σ	160		1.077,5		376

4) Nel caso di distribuzione legata ad una SRSS bisogna procedere al calcolo delle forze statiche equivalenti relative ad ogni deformata modale considerata; in sostanza si tratta di applicare la procedura per la stima del profilo di forze laterali valida per il primo modo ed estenderla alle deformate dei modi superiori, tenendo conto di volta in volta del taglio alla base atteso per la singola deformata modale.

Dopo aver calcolato tanti profili di forze quanti sono i modi significativi della struttura, si può procedere al calcolo del profilo combinato utilizzando la seguente formula:

$$F_i = \sqrt{\left( \sum_{j=1}^M F_{ji}^2 \right)}$$

Un ultima annotazione va doverosamente fatta sull'utilizzo della SRSS; per validare il suo impiego andrebbero sempre seguite le istruzioni presenti al punto 4.5.3 della opcm 3431, dove si indica l'utilizzo della combinazione CQC qualora il periodo di vibrazione di ciascun modo differisca di meno del 10% da tutti gli altri.

Generalmente i software gestiscono la definizione della distribuzione delle forze in modo automatico, cioè sono in grado di calcolarsi da soli l'entità delle forze laterali, per cui l'utente deve solo indicare al programma lo spostamento di target (cioè fino a dove spingere il punto di controllo) e selezionare la procedura di generazione delle forze laterali.

---

A scopo informativo si vuole sottolineare il fatto che è ormai attiva da qualche anno la sperimentazione dei push-over cosiddetti evolutivi, metodi di analisi che cercano di superare le approssimazioni insite nell'utilizzo di tale tecnica di calcolo, approssimazioni legate sostanzialmente al fatto che, come già accennato, il metodo è nato per le strutture regolari in pianta e soprattutto in altezza, per cui tanto più ci si allontana da queste condizioni standard tanto più si abbassa l'affidabilità del metodo.

Si riporta di seguito una breve descrizione dei predetti metodi evolutivi, introducendo anche le informazioni che si sono ottenute da un primo studio di confronto<sup>4</sup> tra i risultati di una analisi dinamica non lineare e quelli tipici di una analisi di push-over convenzionale ed evolutivi (*Push-over modale* – MPA - e *Push-over adattivo* - DAP).

#### La pushover modale

In questa metodologia il punto di partenza consiste nel considerare un adeguato numero di profili di forze modali, come nel caso della distribuzione invariante di tipo SRSS già presentata, con la fondamentale differenza che in quest'ultima i profili sono combinati a priori, cioè prima di eseguire l'analisi di push-over, mentre nella push-over modale le distribuzioni associate a ciascun modo vengono applicate singolarmente eseguendo una diversa analisi per ogni modo considerato. In sostanza si eseguono tanti push-over quanti sono i profili modali che considero, per poi applicare la combinazione modale (ad esempio la SRSS) direttamente ai parametri di risposta della curva di push-over (ad esempio lo spostamento del punto di controllo).

$$r = \sqrt{\sum_{j=1}^m r_j^2 \cdot (d_{top,j})}$$

La procedura ora esposta appare sostanzialmente una estensione al caso non lineare dell'analisi modale usualmente impiegata in fase di progettazione e consente un calcolo più raffinato degli effetti dei modi superiori rispetto alle procedure basate sulla combinazione a priori delle distribuzioni di forze modali.

---

<sup>4</sup> Articolo "Confronti tra procedure di pushover di tipo convenzionale, modale e adattivo" di – Pier Paolo Diotallevi, Luca Landi, Bernardino Pollio.



Naturalmente però presenta lo svantaggio tipico dei metodi di calcolo basati sulla combinazione degli effetti, e cioè che non viene più rispettato l'equilibrio; in particolare, in campo non lineare, la combinazione SRSS può portare ad una sovrastima delle sollecitazioni negli elementi strutturali.

### Procedure adattive

Le push-over di tipo convenzionale, basate su distribuzioni di forze invarianti, non consentono di valutare le progressive modificazioni delle proprietà modali della struttura quando il limite elastico viene superato. Difatti, all'aumentare dell'escursione in campo plastico si può verificare una ridistribuzione delle forze di inerzia con conseguente maggior influenza dei modi superiori.

In queste condizioni la possibilità di poter aggiornare, ad ogni incremento di carico, il profilo delle forze modali, costituisce un effettivo miglioramento dell'analisi di push-over; i modi di vibrare vengono ricalcolati ad ogni passo dell'analisi considerando il valore corrente della rigidezza tangente degli elementi strutturali (FAP 1).

Esistono procedure adattive alternative (FAP 2) nelle quali ad ogni passo si svolgono analisi di push-over e si ricavano i parametri di risposta tramite combinazione degli effetti.

Questi due approcci sono soggetti alle osservazioni valide per i metodi convenzionali; in particolare il primo approccio presenta il vantaggio di mantenere l'equilibrio, il secondo quello di essere più affine alla push-over modale, in quanto ne costituisce una estensione mirata a tener conto delle variazioni dei modi in campo non lineare.

Recentemente è stata proposta anche una procedura di push-over basata sugli spostamenti (DAP), la quale consiste nell'imporre non una distribuzione di forzanti laterali, bensì una distribuzione di spostamenti (si dovrà considerare dunque lo spettro elastico in spostamento  $S_d(T_j)$ ) che viene aggiornata ad ogni passo di calcolo in funzione delle proprietà modali istantanee, in modo analogo alle procedure basate sulle forze.

Sempre con riferimento all'articolo tecnico prima citato, si evidenziano i risultati derivanti da una comparazione in termini di curve taglio alla base-spostamento tra i metodi di push-over convenzionali (che costituiscono le procedure standard implementate comunemente nei software) e l'analisi dinamica non lineare, costituendo quest'ultima una procedura scientificamente più affidabile, ma comunque poco utilizzata in ambito professionale.

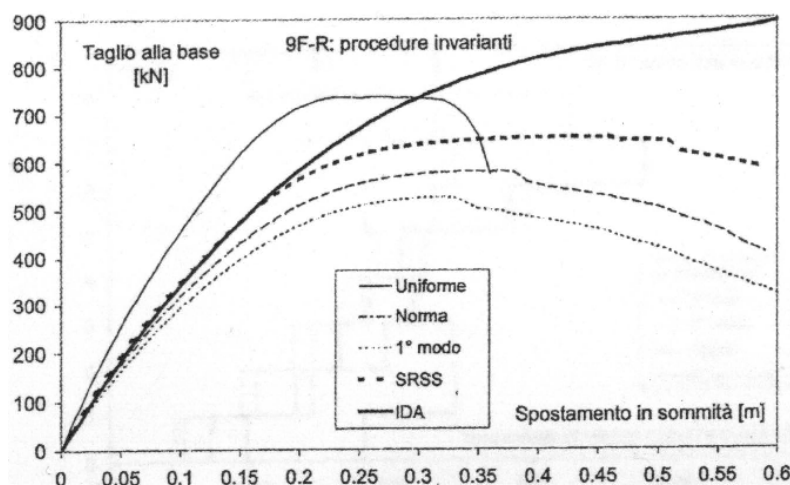


Figura 13.1.3.2 - dall'articolo di nota 4

La figura 13.1.3.2 mostra un confronto tra la curva ottenuta con una analisi dinamica non lineare (IDA) e le push-over convenzionali. La curva ottenuta con il profilo uniforme mostra le maggiori discrepanze, evidenziando comunque un valore di taglio alla base maggiore di quello che si ottiene con le altre distribuzioni. Tra le procedure invarianti il miglior accordo con le procedure IDA si è ottenuto con il profilo SRSS.

Questa procedura ha determinato una curva che in campo elastico è molto vicina alla curva IDA, mentre in campo non lineare presenta dei valori di taglio alla base inferiori, sottostimando dunque la capacità della struttura. Le altre distribuzioni mettono in evidenza un valore di taglio alla base minore di quello ottenuto con la SRSS; questo risultato è evidente in campo non lineare, ma anche in campo lineare non è trascurabile, specialmente per edifici irregolari.

### 13.1.4 Il push-over secondo l'opcm 3431

Nella norma viene definita una metodologia di push-over valida per tutti gli edifici progettati secondo le norme e regolari in altezza ed in pianta. Qualora un edificio non presenti queste caratteristiche sarà necessario adottare altre metodologie, in grado di tener conto dell'effettivo modo di deformarsi della struttura.

Allo stato attuale delle conoscenze, la maggior parte dei software (soprattutto quelli a grande diffusione) adottano le tecniche di push-over legate alla distribuzione uniforme, alla distribuzione basata sul primo modo di vibrare ed al più arrivano ad utilizzare la SRSS. Pochissimi software hanno implementato l'analisi pushover di tipo modale, meno ancora (software per la ricerca soprattutto) utilizzano la procedura adattiva.

La metodologia proposta nelle norme si basa sull'assunzione che la risposta di un sistema a più gradi di libertà (MDOF) possa essere correlata alla risposta di un sistema equivalente ad un grado di libertà (SDOF); questo implica che il sistema MDOF sia determinato principalmente da una unica deformata modale che rimane costante durante l'analisi.

Il passaggio ad un sistema SDOF permette di valutare con più semplicità la prestazione richiesta al sistema dal sisma preso in considerazione; come sarà chiarito più avanti, definito il sistema 1-GDL equivalente e calcolato il suo periodo proprio  $T^*$  è immediato, con lo spettro di risposta elastico in spostamento, dedurre lo spostamento massimo per cui deve essere progettato l'MDOF.

L'ordinanza, mediante l'applicazione di questa procedura, si prefigge di raggiungere i seguenti scopi:

- 1) valutare i rapporti di sovrarresistenza  $\alpha_u/\alpha_1$ , in cui
  - a.  $\alpha_1$  è il moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale il primo elemento strutturale raggiunge la sua resistenza flessionale;
  - b.  $\alpha_u$  è il moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale si verifica la formazione di un numero di cerniere plastiche tali da rendere la struttura labile.
- 2) verificare l'affettiva distribuzione di domanda inelastica negli edifici progettati con il fattore di struttura  $q$ ;
- 3) come metodo di progetto per gli edifici di nuova costruzione sostitutivo dei metodi di analisi lineare;
- 4) come metodo di valutazione della capacità di edifici esistenti.

L'applicazione della metodologia proposta prevede che, per ciascuna delle distribuzioni sopra descritte, tenendo conto delle eccentricità aggiuntive di legge<sup>5</sup>, si eseguano i seguenti passi:

- a. Scelto un punto significativo della struttura (punto di controllo), generalmente coincidente con il baricentro dell'ultimo piano, o del piano baricentrico in altezza, le forze vengono scalate mantenendo invariati i rapporti fra le stesse, in modo da far crescere in modo monotono lo spostamento orizzontale del punto di controllo fino ad un valore "sufficiente", tale che, una volta calcolata la domanda in spostamento, questa sia già compresa nella curva di push-over così

<sup>5</sup> Si ricorda l'obbligo di considerare sempre le eccentricità accidentali (+/- 5%) per ogni direzione di analisi; ciò genera 16 tipi di push-over differenti che diventano 24 se sommati agli 8 casi in cui viene presa in esame l'eccentricità effettiva - p.to 4.4 dell'OPCM 3431.

ottenuta. Il risultato finale sarà la nota curva taglio alla base  $V_b$  (pari alla risultante delle forze applicate) – spostamento del punto di controllo  $d_c$  che rappresenta la curva di capacità della struttura.

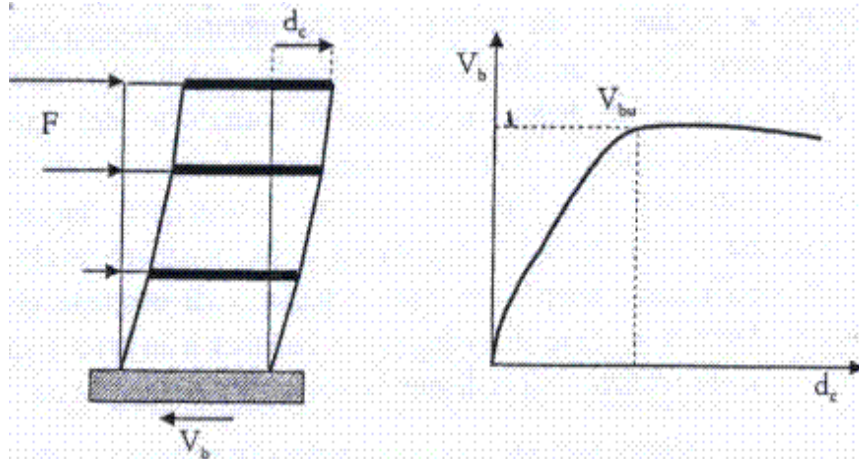


Figura 13.1.4.1 – “Criteri di Progettazione antisismica degli edifici” – IUSS PRESS

- b. Calcolato il vettore  $\Phi_1$  corrispondente al primo modo di vibrare normalizzato rispetto allo spostamento del punto di controllo, si calcola il coefficiente di partecipazione del primo modo di vibrare  $\gamma_1 = \frac{\sum m_i \phi_i}{\sum m_i \phi_i^2}$ . In campo elastico la forza  $F^*$  e lo spostamento  $d^*$  del sistema equivalente SDOF sono legati a quelli del sistema a molti gradi di libertà MDOF dalle seguenti relazioni:

$$F^* = \frac{V_b}{\gamma_1} \text{ e } d^* = \frac{d_c}{\gamma_1}$$

Il coefficiente  $\gamma_1$  deve assumere sempre un valore superiore ad 1, altrimenti vuol dire che la normalizzazione è avvenuta in base ad un punto di controllo che di fatto non è quello che si sposta di più; si noti infatti che, pur essendo vero che nel caso di struttura regolare la deformata del primo modo di vibrare è praticamente quella rappresentata in figura 13.1.4.1 dove effettivamente il centro delle masse dell'ultimo piano si sposta di più, nel caso in cui la struttura è irregolare, soprattutto in altezza, non è detto che tale condizione sia verificata, anzi è stato dimostrato esattamente il contrario.

In termini pratici ciò vuol dire che il punto di controllo in sommità può non essere più quello maggiormente rappresentativo del comportamento globale ed in più il taglio alla base del sistema equivalente ( $F^*$ ) sarebbe superiore al taglio alla base  $V_b$  del sistema MDOF.

Si tenga inoltre conto che, nel caso di applicazione di un sistema di forze laterali uniforme proporzionale alle masse, il  $\gamma_1$  è implicitamente assunto pari ad 1, in accordo ad esempio con le normative americane (FEMA 273).

Con riferimento alle figure 13.1.4.1, 13.1.4.2 e 13.1.4.3, individuato sulla curva  $V_b-d_c$  il valore di resistenza massima  $V_{bu}$ , le coordinate del punto di snervamento del sistema equivalente bi-lineare sono:

$$F_y^* = \frac{V_{bu}}{\gamma_1} \text{ e } d_y^* = \frac{F_y^*}{k^*}$$

ove  $k^*$  è la rigidezza secante del sistema equivalente scelta in modo tale da eguagliare l'area sottesa dalla curva non lineare  $F^*-d^*$  e la curva bi lineare.

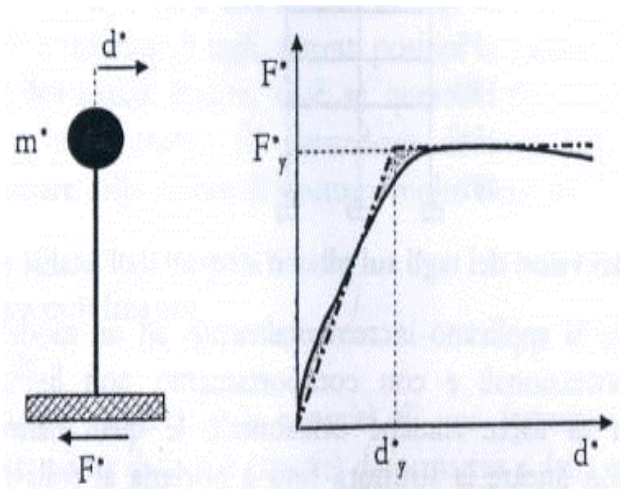


Figura 13.1.4.2  
“Criteri di Progettazione antisismica degli edifici”  
IUSS PRESS

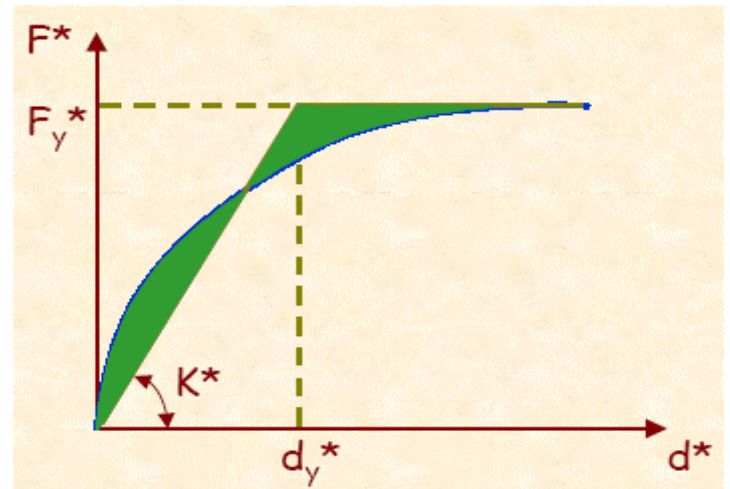


Figura 13.1.4.3  
“Analisi Pushover” – Pier Paolo Rossi - Catania 2004

Nota la curva caratteristica del sistema ad 1-GDL, il suo periodo proprio elastico risulta essere pari a:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}}$$

$$\text{ove } m^* = \sum m_i \phi_i$$

Il procedimento di conversione dal sistema M-GDL a quello a 1-GDL sarà meglio descritto più avanti, quando si affronterà tale analisi per la scuola esempio di Camerano; in sintesi, dopo aver scelto uno spostamento di target fino a dove spingere l'analisi, a seguito dell'utilizzo standard dei due profili di forze, si otterranno due curve simili alle seguenti:

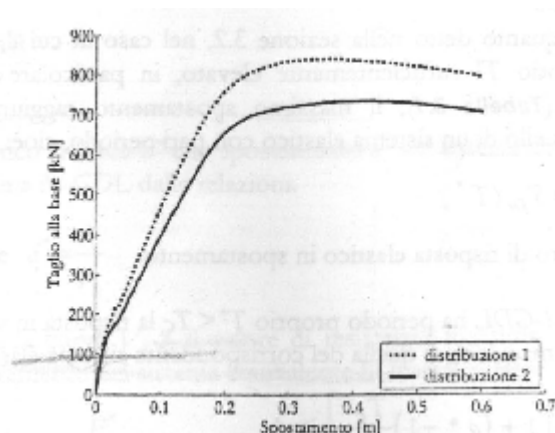


Figura 13.1.4.4  
“Criteri di Progettazione antisismica degli edifici”  
IUSS PRESS

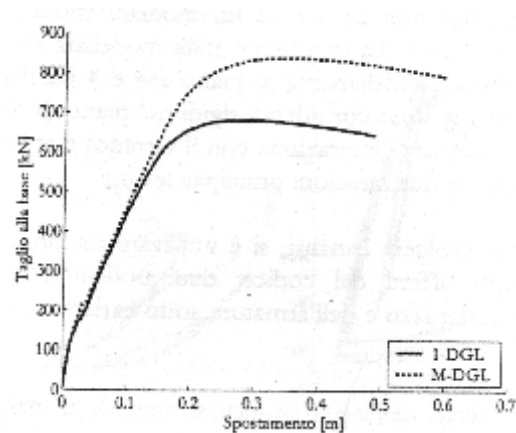


Figura 13.1.4.5  
“Criteri di Progettazione antisismica degli edifici”  
IUSS PRESS

Determinate le curve relative all'analisi di pushover condotta sul sistema MDOF, si passa alla determinazione della curva di capacità del sistema equivalente ad 1-GDL;

Nel caso di profilo di forze legato alla proporzionalità con le masse (distribuzione uniforme), essendo  $\gamma_1=1$ , la curva di capacità coincide con la curva uscente dall'analisi, mentre nel caso di profilo legato al 1° modo di vibrare il  $\gamma_1$  è  $>1$ , per cui la curva di capacità risulterà più bassa rispetto alla corrispondente uscente dall'analisi (Figura 13.1.4.5)

Esaminiamo un caso esempio:

Livello	Quota	Massa	Modo	Vettore U	Vettore $\Phi$	$m_i \times \Phi_i$	$m_i \times \Phi_i^2$	Coeff. $\Gamma$
***	mm	Tonn	***	mm	***	$T s^2/mm$	$T s^2/mm$	***
G1	3150.00	55.00	1	0.0162	0.1138	6.2570	0.7118	1.3056
G2	6900.00	55.00	1	0.0673	0.4726	25.9937	12.2849	
G3	10650.00	50.00	1	0.1424	1.0000	50.0000	50.0000	

Figura 13.1.4.6

Il coefficiente  $\Gamma$ , corrispondente al nostro  $\gamma_1$ , si ottiene dal rapporto tra la colonna  $m_i \times \Phi_i$  e la  $m_i \times \Phi_i^2$ .

Se ad esempio il taglio alla base derivante dall'analisi fosse pari a  $V_{bu}=850KN$ , la corrispondente curva di capacità sarà caratterizzata da una  $F_y^*$  pari a  $850/1,30=654 KN$  e da uno spostamento corrispondente<sup>6</sup> pari a  $d_m^*=0,280 m$  circa.

Con riferimento alla seguente figura 13.1.4.7, una volta calcolato  $d_m^*$  è necessario procedere al calcolo di  $d_y^*$  che individua lo spostamento al limite elastico della curva bilineare equivalente, determinato imponendo che siano uguali l'area sottesa dalla curva non lineare  $F^*-d^*$  e dalla stessa curva bilineare.

L'uguaglianza viene conseguita utilizzando la seguente formula:

$$d_y^* = 2 \cdot \left( d_m^* - \frac{E_m}{F_y^*} \right)$$

in cui  $E_m$  rappresenta l'energia associata alla formazione del meccanismo<sup>7</sup>.

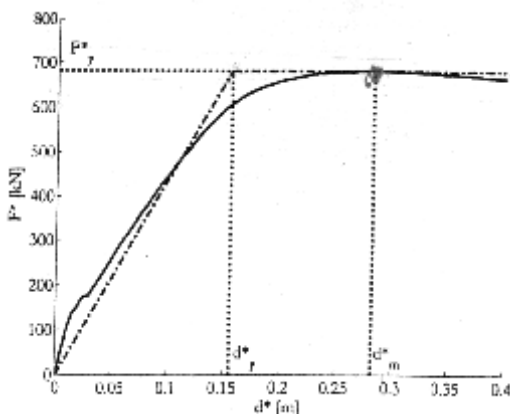


Figura 13.1.4.7

“Criteri di Progettazione antisismica degli edifici”  
IUSS PRESS

Nel caso rappresentato in figura 13.1.4.7, lo spostamento  $d_y^* = 0,155 m$ .

La rigidezza secante risulta pari a  $k^* = F_y^*/d_y^* = 654/0,155 = 4.219 KN/m$  e definita la massa del sistema equivalente  $m^* = \Sigma m_i \times \Phi_i = 82,25 Ts^2/mm$ , il

periodo del sistema è  $T^* = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{82,25}{4.219}} = 0,87 sec$ .

- c. Per determinare la risposta massima in spostamento del sistema anelastico equivalente ad 1-GDL, nel caso in cui il periodo proprio  $T^*$  sia sufficientemente elevato ( $T^* \geq T_c$ ), si può imporre

<sup>6</sup> Spostamento corrispondente al raggiungimento del limite elastico, la cui determinazione sarà chiarita nel corso dell'esempio mirato alla scuola di Camerano, ma che comunque è intuibile dall'andamento del grafico in fig. 13.1.4.5

<sup>7</sup> Vedremo più avanti nel dettaglio come si calcola.

l'uguaglianza tra lo spostamento raggiunto dallo stesso sistema anelastico e quello di un sistema elastico con pari periodo, cioè:

$$d_{\max}^* = d_{e,\max} = S_{De}(T^*)$$

essendo  $S_{De}$  lo spettro di risposta elastico in spostamento.

Se invece il sistema 1-GDL ha periodo proprio  $T^* < T_c$  la risposta in spostamento del sistema anelastico è maggiore di quella del corrispondente sistema elastico e risulta:

$$d_{\max}^* = \frac{d_{e,\max}}{q^*} \left[ 1 + (q^* - 1) \frac{T_c}{T^*} \right] \geq d_{e,\max}$$

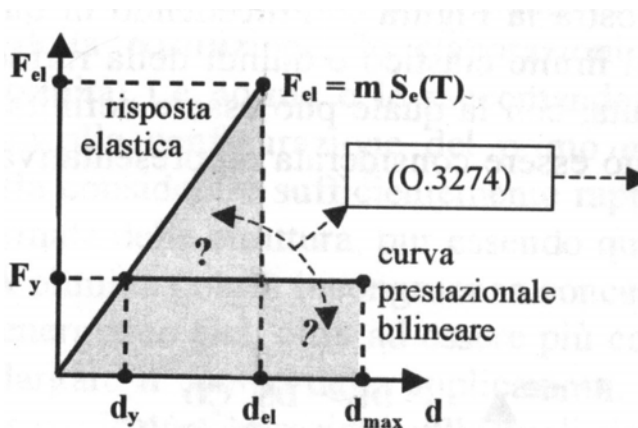


Figura 13.1.4.8

Da un articolo di Alberto Parducci

$$d_{\max} = d_{el}$$

$$d_{\max} = \frac{d_{el}}{q} \left[ 1 + (q - 1) \frac{T_c}{T} \right]$$

$$q = \frac{F_e}{F_y}$$

$q^*$  rappresenta il rapporto tra la forza di risposta elastica (data dal prodotto dello spettro di risposta elastico di pseudo-accelerazione  $S_{ae}(T^*)$  e la massa  $m^*$ ) e la forza di snervamento equivalente ( $F_y^*$ ), dunque identifica il fattore di struttura inteso come fattore di riduzione dello spettro elastico<sup>8</sup>.

Esso è naturalmente legato alla singola curva di capacità e dunque generalmente si avrà un valore di  $q$  diverso per ogni curva di push-over esaminata; questo valore, rilasciato in output dai programmi software, dovrebbe costituire il valore da porre a confronto con il fattore  $q$  da usare per abbassare lo spettro elastico, qualora si volesse condurre una analisi con fattore di struttura.

Se  $q^*$  risulta minore di 1, cioè la risposta è elastica ( $F_y^* > m^* S_{ae}(T^*)$ ), si assume ancora  $d_{\max}^* = d_{e,\max}$ .

Il metodo appena esposto è di derivazione Eurocodice 8 e in letteratura viene conosciuto come "Metodo N2"<sup>9</sup>

Si faccia caso che in generale ad un comportamento non lineare corrispondono forme di dissipazione di energia maggiori rispetto allo smorzamento viscoso proprio della risposta elastica, che di solito viene assunto pari al 5%. Potrebbe pertanto risultare appropriato correggere gli spettri in spostamento mediante un appropriato valore del coefficiente  $\eta$  (punto 3.2.3 della opcm 3431), soprattutto quando si fa riferimento a spettri corrispondenti a sismi con probabilità di accadimento molto bassa; ad esempio, potrebbe essere opportuno utilizzare spettri elastici a smorzamento equivalente maggiorato quando si fanno analisi al collasso in cui si impiegano spettri con probabilità di superamento pari al 2% in 50 anni.

<sup>8</sup> Vedi Capitolo 16

<sup>9</sup> Nei capitoli successivi sarà discusso nel dettaglio tale metodo proposto da Fajfar.



In tal caso è tuttavia corretto tener conto anche dell'incremento della domanda in spostamento connessa all'allungamento del periodo di vibrazione equivalente della struttura.

- d) Noto  $d_{\max}^*$  è possibile calcolare lo spostamento  $d_{\max}$  effettivo del punto di controllo del sistema MDOF, dal seguente rapporto

$$d_{\max} = \gamma_1 \cdot d_{\max}^*$$

e quindi controllare che durante l'analisi di push-over condotta dal proprio software, sia stato raggiunto un valore di spostamento  $d_c$  almeno pari a  $d_{\max} \cdot 10$

- e) Noto lo spostamento effettivo del punto di controllo si conosce dall'analisi la configurazione deformata ed è quindi possibile eseguire la verifica dell'edificio, in particolare, conformemente ai principi propri dell'ordinanza, controllando la compatibilità delle deformazioni (in termini di rotazione alla corda) in quegli elementi che presentano un comportamento duttile e delle resistenze in quegli elementi che presentano un comportamento fragile.

Sulla curva di push-over si dovrebbero evidenziare i punti significativi alla verifica della struttura, in una sorta di mappatura simile a quella rappresentata nella seguente figura.

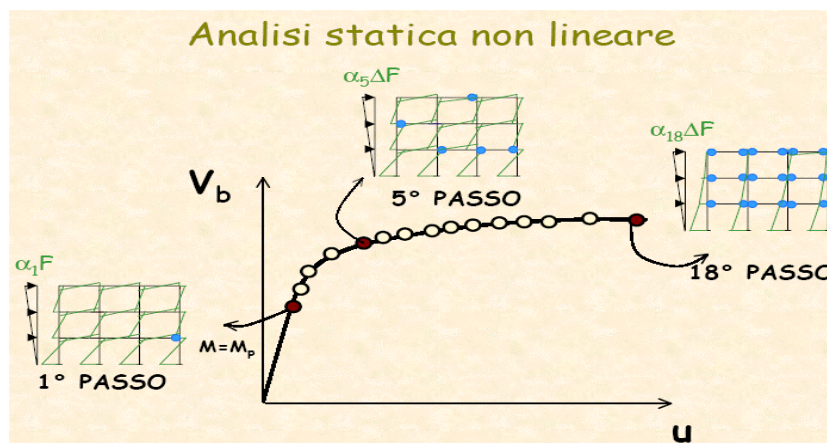


Figura 13.1.4.9  
 "Analisi Pushover" – Pier Paolo Rossi - Catania 2004

E' bene che nella curva finale di verifica siano chiaramente visibili gli spostamenti di domanda relativi allo stato limite in esame nonché la corrispondente capacità limite sempre in termini di spostamento.

### 13.1.5 Metodi alternativi per la stima del coefficiente di partecipazione $\Gamma$

E' opportuno sottolineare il fatto che il calcolo del coefficiente di partecipazione  $\gamma$  può essere eseguito secondo procedure alternative a quelle esplicitamente indicate dall'ordinanza.

In particolare, la normalizzazione del vettore spostamento modale, può avvenire non solo tenendo conto della deformata modale relativa al primo modo di vibrare, ma ad esempio combinando le deformate modali mediante una combinazione SRSS o se del caso CQC, ovvero tenendo conto della deformata dovuta all'applicazione della distribuzione di forze calcolata in uno dei modi precedentemente descritti.

<sup>10</sup> In letteratura si può trovare scritto anche che  $d_c$  deve raggiungere lo spostamento pari a  $1,5 \cdot d_{\max}$ , in modo tale da poter affermare che l'analisi è stata spinta fino al raggiungimento di almeno il 150% dello spostamento di risposta del sistema equivalente.

Approfondendo le conoscenze sull'argomento mediante la lettura di documenti di ricerca, si evince come quest'ultima metodologia sia la più affidabile soprattutto se segue la procedura di determinazione del profilo di forze che tiene conto della combinazione quadratica delle forze associate a ciascun modo di vibrare.

Tuttavia è evidente che se l'utente professionista non utilizza un programma che gli permette di gestire autonomamente il sistema di determinazione delle forze statiche laterali, potersi affidare al metodo di determinazione del gamma appena esposto diventa molto improbabile.

E' utile comunque che si conosca in che modo il programma "ragiona" per la determinazione del coefficiente di partecipazione.

## 14. L'obiettivo del pushover

### 14.1 Determinazione della curva di capacità

#### 14.1.1 Introduzione

Si è già sottolineato che il DPCM 21 Ottobre 2003 indica nell'analisi statica non lineare (push-over) il metodo convenzionale di verifica allorquando la struttura in esame non possiede i requisiti di regolarità; l'applicazione di tale metodo è subordinata all'acquisizione di un livello di conoscenza pari almeno ad un LC2 ed un conseguente utilizzo di un fattore di confidenza pari a 1,20.

Gli elementi strutturali presenti nella scuola in esame sono stati puntigliosamente caratterizzati nell'ambito della formulazione della procedura di verifica secondo il livello 1 (dunque utilizzando un FC pari ad 1,35); in particolare sono stati determinati tutti i parametri di resistenza e deformabilità tenendo conto delle specifiche formule dell'ordinanza.

Le caratteristiche di deformabilità del singolo elemento strutturale in termini di rotazione alla corda e rotazione ultima, sono state calcolate tenendo conto delle resistenze e dei quantitativi di armatura rilevati secondo un livello di conoscenza pari a LC1.

Pertanto, pur essendo obbligatorio aumentare il livello di conoscenza e dunque utilizzare un FC più basso, solo ed esclusivamente per convenienza di tempo, si utilizzeranno i dati ricavati utilizzando un FC pari a 1,35; si tenga conto però che tale situazione equivarrebbe a quella che si sarebbe ottenuta se, estendendo l'indagine, avessimo riscontrato un valor medio delle resistenze dei materiali più basso e pari ad un valore fittizio che diviso per 1,20 avrebbe fatto ottenere gli stessi "numeri" utilizzati nelle verifiche di livello 1.

Il primo passo è stato quello inerente la scelta del tipo di modellazione; l'analisi condotta secondo la procedura di livello 1, aveva messo in evidenza la presenza di diversi elementi/meccanismi fragili, alcuni dei quali si potevano prevedere prima di qualsiasi analisi solo in base alla loro configurazione geometrica (in particolare i pilastri tozzi), altri si potevano presumere in base allo stato tensionale di lavoro sotto i carichi gravitazionali (pilastri per i quali lo sforzo normale adimensionalizzato era superiore a 0,7 e travi al limite di verifica al taglio), altri si potevano solo ipotizzare data l'assenza di armature confinanti (nei nodi strutturali).

Usualmente la tecnica di push-over viene condotta dai software modellando all'interno degli elementi frame delle cerniere plastiche, localizzate alle estremità degli elementi stessi, definite in base alle caratteristiche di deformabilità della singola sezione (plasticità concentrata).

Questo tipo di modellazione è vincolato dall'ipotesi di base che i meccanismi fragili non possano anticipare quelli duttili dovuti alle rotazioni limite, per cui si suppone che tutti gli elementi possano cernierizzarsi a flessione; tale ipotesi non rappresenta la realtà qualora invece gli elementi collassino ad esempio per taglio (proprio come avviene in tutti i pilastri tozzi), perché in questo caso la rotazione plastica potrebbe addirittura non attivarsi per niente e la sua modellazione all'interno dell'elemento fragile non risulta più essere appropriata.

In quest'ultimo caso dunque sarebbe stato più corretto inserire all'interno degli elementi frame fragili non le cerniere flessionali, bensì quelle a taglio.

Per rendersi meglio conto di che cosa si può ottenere in termini di curva di capacità attraverso dei push-over puramente flessionali e dei push-over misti flessione-taglio, si è eseguita una modellazione della struttura legata a tre livelli di studio:

- Modellazione con cerniere tutte flessionali;
- Modellazione con cerniere flessionali su tutti gli elementi tranne i pilastri tozzi su cui sono state implementate cerniere a taglio;
- Modellazione della struttura escludendo il piano con pilastri tozzi;

In particolare l'ultimo tipo di modellazione è stato fatto per capire meglio come gli elementi tozzi possono influenzare la curva di capacità.

Per completezza di informazione si sottolinea che ad oggi alcuni software permettono di modellare gli elementi frame mediante una plasticità diffusa tramite sezioni caratterizzate con modelli a fibre. Questo tipo di modellazione, una volta definito il legame costitutivo non lineare del materiale, non richiede da parte dell'operatore un particolare impegno e facilmente sono in grado di restituire la curva di capacità della struttura; diversamente i programmi a plasticità concentrata richiedono maggior sforzo in termini di modellazione, in quanto l'utente deve scegliere posizione e curva caratteristica delle eventuali cerniere plastiche, a meno che il software di calcolo non faccia automaticamente tale operazione, nel qual caso è importante che il professionista conosca il modo di "ragionare" del programma di calcolo.

Tuttavia essendo quest'ultimo metodo il più diffuso ed avendo comunque già determinato tutti i parametri si è deciso di percorrere tale tipo di modellazione.

Le limitazioni del modello a plasticità concentrata sono legate anche alle ipotesi semplificative utilizzate nell'ambito della determinazione delle caratteristiche di resistenza e deformabilità degli elementi; si ricordi ad esempio la limitazione legata all'assunzione del punto di flesso fisso nella mezziera della trave (luce di taglio  $L_v$  pari ad  $L/2$  – ove  $L$  è la lunghezza netta dell'elemento), oppure si pensi al fatto che il modello non permette (a meno che l'utente non possa "forzare" la modellazione) di computare la formazione di zone plastiche in campata, causate dall'interazione tra i carichi orizzontali e quelli gravitazionali.

#### Cenni generali di modellazione a plasticità concentrata

La modellazione a plasticità concentrata è stata la prima tecnica implementata dai software di calcolo per poter descrivere il comportamento anelastico di una struttura sottoposta al moto ciclico tipico di un terremoto. Di fatto essa prevede che tutti gli elementi strutturali rimangano sempre in campo elastico e che vengano introdotti degli elementi cerniera, usualmente localizzati nelle estremità, a comportamento anelastico laddove si prevede la formazione della cerniera plastica.

La non linearità della struttura rimane quindi concentrata in pochi elementi la cui modellazione richiede però una certa esperienza, soprattutto nello stabilire dove distribuire gli elementi non lineari e nello scegliere lunghezze e curve caratteristiche che possano permettere di cogliere il reale comportamento delle cerniere plastiche.

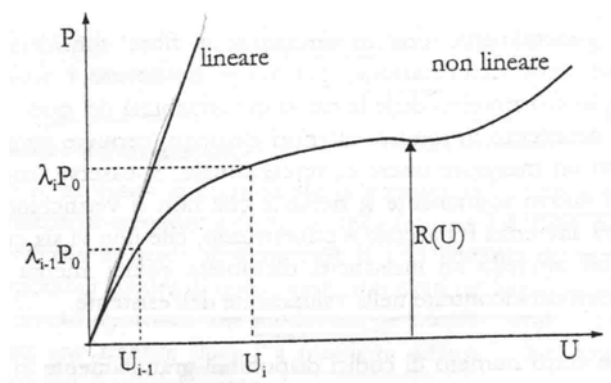
Le formule presenti nell'allegato 11.A dell'opcm 3431, utilizzate anche dall'eurocodice 8, sono state messe a punto per stimare con una buona approssimazione il diagramma momento-curvatura delle sezioni critiche in presenza di sforzo assiale e di predire la lunghezza della cerniera plastica equivalente.

#### La soluzione di problemi non lineari

Considerare la risposta non lineare di una struttura implica la necessità di utilizzo di metodi di analisi non lineari in cui sono impiegati procedure di soluzione di tipo incrementale iterativo (push-over). Abbiamo già visto nel capitolo 13 come queste procedure prevedano l'applicazione di un carico agente sulla

struttura tramite incrementi successivi predefiniti, con la continua ricerca di equilibrio ad ogni incremento tramite opportune iterazioni.

Facendo riferimento ad un approccio agli spostamenti, come appunto il push-over, qualora si consideri una struttura non lineare, l'equilibrio sarà descritto da un sistema non lineare in cui l'incremento  $i$ -esimo del carico applicato dovrà essere "sopportato" dalle forze resistenti  $R(U)$  funzione non lineare degli spostamenti ( $U$ ).



**Figura 14.1.1.1**

**"Criteri di Progettazione antisismica degli edifici"**  
**IUSS PRESS**

Nella figura a fianco è possibile vedere graficamente il significato fisico di quanto appena descritto, in più è possibile valutare le differenze che intercorrerebbero tra un modello con struttura a comportamento lineare, dove l'equilibrio all'incremento  $i$ -esimo dei carichi orizzontali viene garantito dalle forze interne resistenti, funzione lineare degli spostamenti tramite la matrice di rigidezza  $K$ .

Formalmente l'equilibrio descritto nel caso di struttura non lineare viene risolto utilizzando una approssimazione per cui si assume che, nel passo infinitesimo  $\delta U$ , la funzione  $\delta R$  è lineare e pari a

$$\delta R = K_T \delta U$$

essendo  $K_T$  la matrice di rigidezza tangente.

Lo spostamento  $U$  soluzione dell'equazione appena scritta si ottiene con procedure incrementali, le più note delle quali sono da attribuire a Newton-Raphson.

I due autori appena citati hanno formulato due metodi che prendono le iniziali da nomi propri (NR e NRm ove "m" sta per modificato)

Nel metodo NR si prevede che ad ogni iterazione venga ricalcolata la matrice tangente  $K_T$ , mentre nel secondo NRm si prevede che la matrice di rigidezza venga calcolata solo all'inizio; ciò ha un vantaggio nell'onere computazionale a fronte però di un maggior numero di iterazioni.

Nelle successive due figure è possibile apprezzare graficamente il significato di quanto appena esposto.

I due metodi assumono carattere di applicazioni standard, tuttavia è possibile utilizzare altri metodi derivanti dalla combinazione dei due sopra citati, che si differenziano per il numero di volte in cui nell'incremento viene ricalcolata la matrice di rigidezza. Alcuni studi hanno messo in evidenza che i risultati migliori si ottengono aggiornando la matrice nei primi passi e poi mantenendola costante.

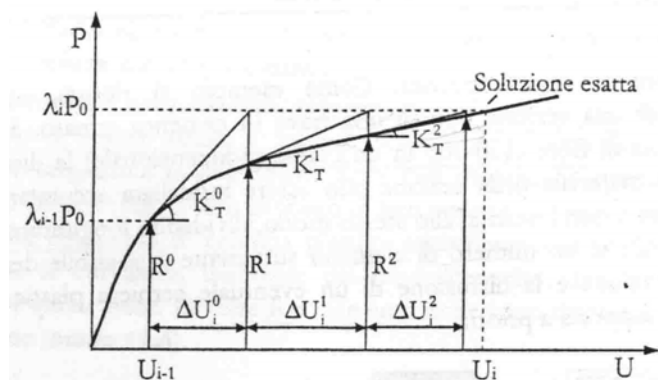


Figura 14.1.1.2 – metodo NR

“Criteri di Progettazione antisismica degli edifici” IUSS  
PRESS

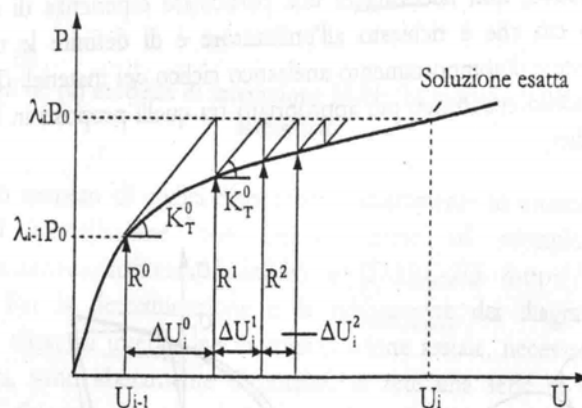


Figura 14.1.1.2 – metodo MRm

“Criteri di Progettazione antisismica degli edifici” IUSS  
PRESS

Per convenienza, si riportano testualmente alcuni importanti indicazioni che si ritrovano nel libro *“Criteri di progettazione antisismica”* – di *L.Petrini, R. Pinho, G.M. Calvi*, da cui sono stati tratti gran parte degli approfondimenti sopra descritti.

*“Sebbene gran parte dei codici di analisi e progettazione permettono all’utente di svolgere analisi non lineari senza dover compiere alcuna scelta in termini di parametri o metodi, è d’altra parte consigliabile conoscere lo strumento che si sta utilizzando ed essere eventualmente in grado di modificarlo. Infatti, la possibilità generalmente lasciata dai codici di*

- i) scegliere il metodo incrementale da usare o, eventualmente, per i metodi tipo Newton-Raphson,*
- ii) stabilire il numero di volte in cui si aggiorna la matrice di rigidità,*
- iii) di definire i numeri di incrementi da compiere nel passo di carico e*
- iv) il massimo numero di iterazioni da fare nel singolo incremento,*
- v) di scegliere diversi metodi di convergenza o basati su spostamenti-rotazioni o su forze/spostamenti o su una combinazione di entrambi,*

*permette di svolgere analisi più o meno restrittive e quindi precise, a seconda delle caratteristiche del sistema da risolvere e del grado di confidenza con cui si vogliono ottenere i risultati.”*

Le considerazioni ora riportate sono utili perché sottolineano l’importanza che il professionista, utente di programmi di calcolo, abbia la conoscenza di come il proprio software gestisce le analisi non lineari; è naturale che calcoli così sofisticati abbiano necessariamente bisogno di programmi di calcolo elettronici (è impossibile infatti avventurarsi in un push-over manuale!), ma è altrettanto vero che il tecnico deve poter cogliere gli aspetti salienti dell’analisi condotta dal solutore e, qualora non possa compiere delle scelte proprie in termini di parametri, possa almeno sapere come il programma “ragiona”.

#### La rigidità secante allo snervamento

E’ lecito supporre che durante l’evento sismico gli elementi di edifici in cemento armato, composti ed in muratura, a causa della reversibilità dell’azione e della scarsa resistenza a trazione dei materiali, vadano incontro a fenomeni di fessurazione, i cui effetti dovrebbero essere tenuti in conto, sia nei confronti dello stato limite ultimo che nei confronti dello stato limite di danno.

Nel primo caso l’assunzione è giustificata soprattutto quando, durante una analisi lineare con utilizzo di fattore di struttura, si utilizzano valori di  $q$  abbastanza alti da render lecito supporre che la struttura subisca elevati spostamenti sotto l’azione sismica.

Nel secondo caso invece una scelta del genere può essere giustificata se si considera che alcuni elementi, ad esempio le travi, sono generalmente già fessurate per effetto dei soli carichi gravitazionali ovvero possono già aver subito dei danni per effetto delle prime scosse sismiche preliminari a quelle più intense,



e che in genere la fessurazione avviene molto presto inducendo una significativa riduzione della rigidità.

Secondo l'opcm 3431 il progettista **è libero** di scegliere se considerare o meno le sezioni fessurate, tuttavia è assolutamente importante che venga mantenuta coerenza tra lo SLD e lo SLU e si abbia presente che, ammettere una rigidità ridotta vuol dire aumentare il periodo proprio della struttura, rendendola più flessibile e dunque deformabile, per la quale generalmente può diventare più facile soddisfare una verifica allo stato limite ultimo rendendo più conservativa quella allo stato limite di danno. Nell'ambito delle verifiche degli edifici scolastici, essendo per scelta prioritario valutare le prestazioni strutturali nei confronti dello stato limite ultimo e di collasso, è stato scelto di considerare la rigidità iniziale pari a quella intera, ammettendo tra l'altro che durante l'analisi di push-over il programma abbatta la matrice di rigidità tangente step by step adottando dunque una procedura tipo NR.

In generale, le norme suggeriscono di tener in conto la fessurazione valutando la rigidità degli elementi come la rigidità secante allo snervamento, caratteristica che di consueto viene ottenuta abbattendo il modulo elastico del 50%.

Ad integrazione delle considerazioni ora fatte si tenga comunque presente che è opinione diffusa ma non totalmente condivisa che l'utilizzo del modulo elastico ridotto è tipico di una analisi lineare dove non è possibile considerare la fessurazione a priori, mentre nell'analisi non lineare, qualora l'algoritmo di calcolo preveda il degrado della rigidità step by step, si deve partire con il valore del modulo elastico intero ricavato, nel caso di edifici esistenti, a partire dal valore medio della resistenza a compressione così come è stata caratterizzata dalla campagna di prove in situ.

#### **14.1.2 Push-n°1 – Cerniere flessionali**

La caratterizzazione delle cerniere flessionali presenti all'interno degli elementi della scuola in esame è consistita nella definizione del legame momento-rotazione, effettuato a partire dal legame momento-curvatura.

La relazione momento-curvatura è valutata in ciascuna estremità dell'elemento strutturale (trave o pilastro); in particolare, con riferimento ai pilastri, la valutazione del legame momento curvatura viene effettuata nell'ipotesi di uno sforzo assiale pari a quello agente in condizione di carico gravitazionale da combinazione sismica.

Come abbiamo potuto già constatare nei capitoli relativi alle verifiche di livello 1, generalmente i diagrammi momento-curvatura delle travi e dei pilastri hanno forme differenziate perché negli elementi verticali agisce il carico assiale che tende a far assumere alla curva un andamento più o meno incrudente ed in più tende ad accorciare la lunghezza del pianerottolo; tale accorciamento è tanto più pronunciato quanto maggiore è l'incidenza del carico assiale, che di fatto spinge l'elemento verso un comportamento fragile per presso flessione.

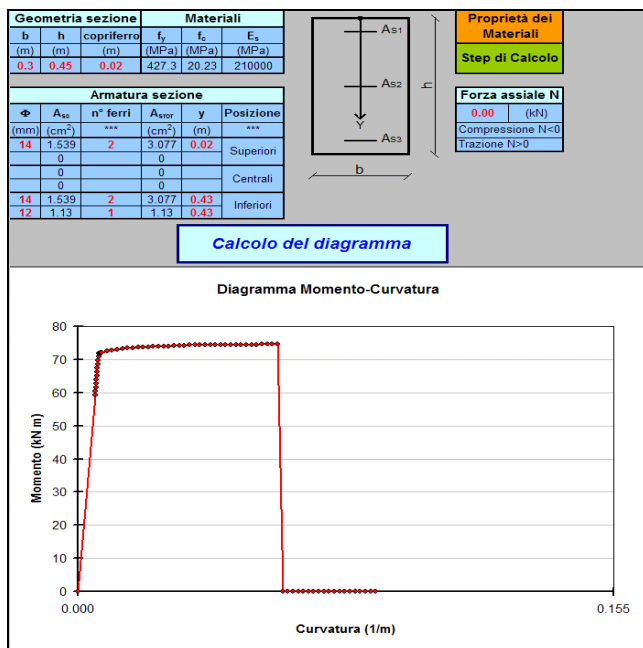


Figura 14.1.2.1 - Tipico diagramma M-C di una trave

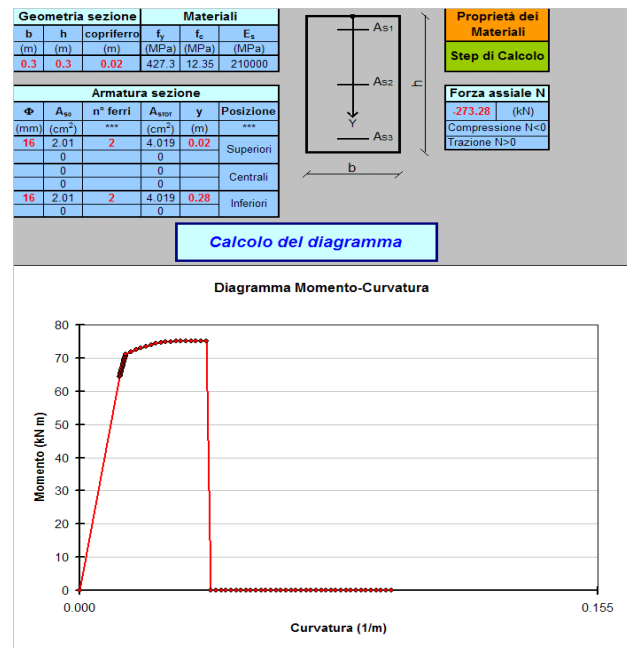


Figura 14.1.2.2 - Tipico diagramma M-C di un pilastro

La luce di taglio  $L_v$  è stata, in via semplificata, assunta costante e pari a  $L/2$ ; una valutazione più precisa sarebbe stata possibile ad esempio effettuando una analisi dinamica lineare e valutando elemento per elemento il valore del rapporto  $M/V$  (*p.to 11.3.2.1 opcm 3431*) e dunque assegnando alla  $L_v$  tale valore. Esistono metodi ancor più rigorosi che sfruttano ad esempio le analisi non lineari ma che sono caratterizzati da un onere computazionale più gravoso e quindi difficilmente utilizzabile in ambito professionale.

La rotazione allo snervamento  $\theta_y$  è stata valutata utilizzando la formula proposta dall'opcm 3431:

$$\theta_y = \phi_y \frac{L_v}{3} + 0,0013 \left( 1 + 1,5 \frac{h}{L_v} \right) + 0,13 \phi_y \frac{d_b f_y}{\sqrt{f_c}}$$

Per la determinazione della rotazione ultima  $\theta_u$  si è fatto ricorso alla prima delle formule proposte dall'opcm:

$$\theta_u = \frac{1}{\gamma_{el}} 0,016 \cdot (0,3^v) \left[ \frac{\max(0,01; \omega')}{\max(0,01; \omega)} f_c \right]^{0,225} \left( \frac{L_v}{h} \right)^{0,35} 25^{\left( \alpha \rho_{sx} \frac{f_{yv}}{f_c} \right)} (1,25^{100 \rho_d})$$

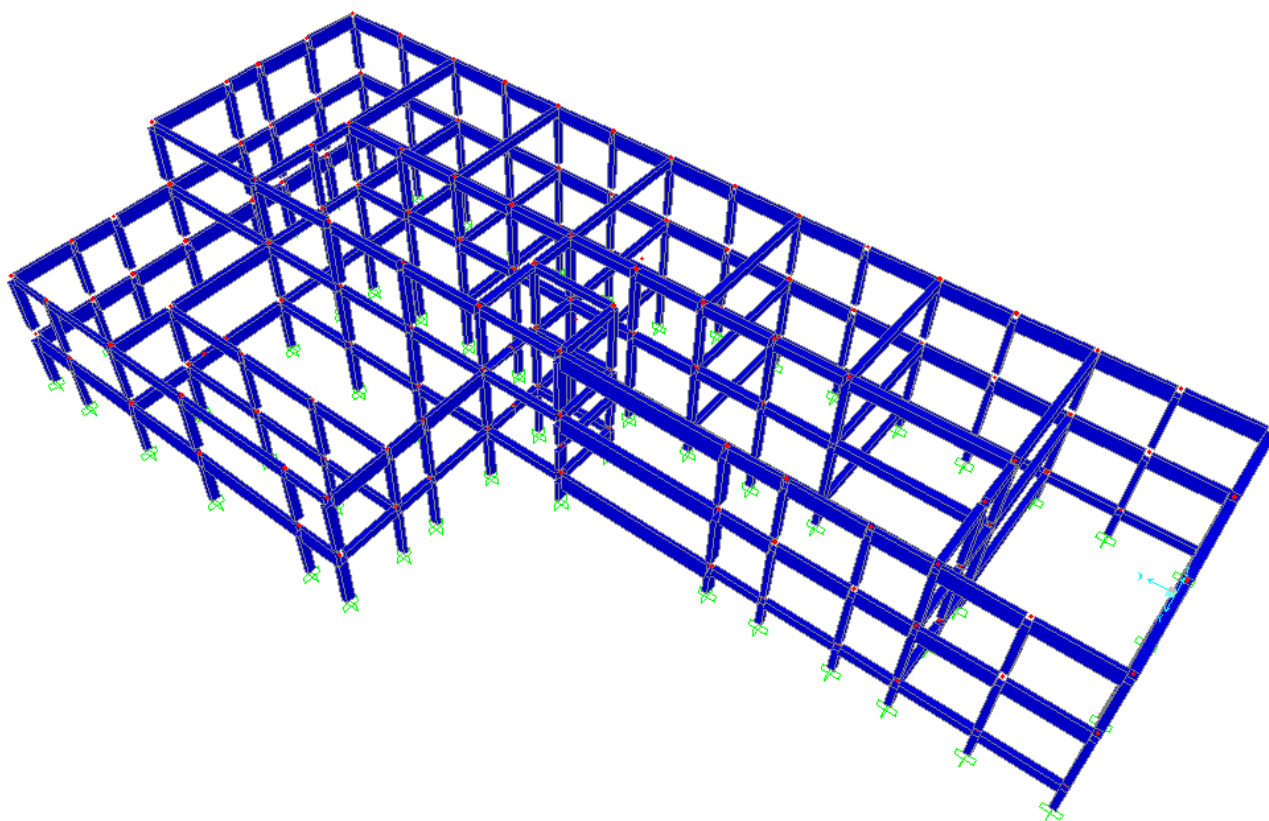
in cui si è deciso di considerare un coefficiente riduttivo pari a 0,85 per tener conto della presenza di staffatura non confinante, cioè non munita di ganci risvoltati verso l'interno della sezione. Nonostante la presenza di armatura liscia, avendo constatato da alcuni saggi diretti della presenza di condizioni di ancoraggio tutto sommato soddisfacenti, si è deciso di non considerare l'ulteriore coefficiente riduttivo pari 0,575 – ALLEGATO 11.A opcm 3431.

Il valore del momento  $M_y$  (*Momento di snervamento – apertura della cerniera plastica*) e del momento  $M_u$  (*in corrispondenza del quale si ha il collasso della sezione*), è stato determinato in base ai valori associati al raggiungimento della curvatura allo snervamento e della curvatura ultima (*visibili dai diagrammi Momento-Curvatura*).

Nel caso delle travi in cui non si verifica un apprezzabile incrudimento, il valore  $M_y$  è preso coincidente col valore  $M_u$ , affidandoci in tal modo ad un modello rappresentato da un legame elasto-plastico con pianerottolo orizzontale, nel caso dei pilastri i due valori sono stati invece distinti.

La procedura fino ad ora esaminata è, in assenza di software che l'abbiano automatizzata, l'unica e la più agevole possibile, per caratterizzare con una approssimazione accettabile le cerniere plastiche che poi dovranno essere inserite nel modello.

Generalmente i software di calcolo più diffusi non permettono la manipolazione da parte dell'utente dei parametri legati alla determinazione delle cerniere plastiche, ma sono in grado di calcolarsi agevolmente in automatico il diagramma momento-curvatura di ogni singola sezione, con l'ulteriore vantaggio legato alla possibilità di determinare per i pilastri diversi diagrammi a seconda del valore di carico assiale agente sullo stesso; difatti, durante l'evento sismico il valore di  $N$  cambia istante per istante, per cui l'aver caratterizzato le cerniere plastiche degli elementi verticali in base al valore del carico assiale derivante dalla combinazione statica, è una ulteriore approssimazione (*comunque accettabile*) da aggiungersi a quelle elencate precedentemente.



**Figura 14.1.2.3 – Lo scheletro strutturale della scuola di Camerano**

Nella figura 14.1.2.3 è rappresentato lo schema strutturale della scuola di Camerano; in ogni elemento sono state modellate due cerniere flessionali, una per ogni estremità, ed ogni cerniera flessionale è stata posizionata in corrispondenza della fine del braccetto rigido (coincidente con la lunghezza di sovrapposizione tra trave e pilastro).

In presenza di armatura longitudinale piegata sarebbe stato più rigoroso posizionare la cerniera dove è presente la piegatura della barra (in questo caso infatti l'armatura superiore è più bassa e dunque la capacità rotazionale è inferiore); d'altronde questa modellazione richiederebbe una conoscenza della disposizione dell'armatura molto approfondita che potrebbe essere raggiunta probabilmente solo avendo a disposizione le tavole del progetto originale, la cui corrispondenza dovrebbe comunque essere verificata





mediante dei saggi diretti (tramite i quali tra l'altro sarebbe possibile vedere solo le barre più esterne essendo quasi impossibile rintracciare quelle interne), investigando dunque la struttura fino ad un livello di conoscenza molto più vicino ad un LC3 che ad un LC2.

Nei software in cui non è possibile editare la posizione della cerniera viene assunto quasi sempre per default che essa sia localizzata all'estremità della trave presumibilmente in corrispondenza della fine del braccetto rigido.

Point	Moment/SF	Rotation/SF
E-	-0.2	-8
D-	-0.2	-6
C-	-1.25	-6
B-	-1	0
A	0	0
B	1	0
C	1.25	6
D	0.2	6
E	0.2	8

Capacità Portante Oltre il Punto E

Scende a Zero

Estrapolata

Scala per Momento e Rotazione

Usa Momento di Snervamento

Momento  Positivo  Negativo

Usa Rotazione di Snervamento

Rotazione  Positivo  Negativo

Tipo

Momento - Rotazione

Momento - Curvatura

Lunghezza

Lunghezza Relativa

Simmetrico

Figura 14.1.2.4 – Parametri di controllo delle cerniere plastiche

Nella figura 14.1.2.4 è possibile vedere la modellazione qualitativa della cerniera flessionale utilizzata per i pilastri. La cerniera è stata modellata inserendo in ingresso il valore del momento  $M_y$  e della rotazione  $\theta_y$ , caratterizzando poi i successivi step mediante dei fattori moltiplicativi. La cerniera è bidirezionale, cioè è caratterizzata sia lungo x che lungo y.

Negli elementi fragili a causa di uno stato di pressoflessione eccessivo, poiché la rotazione ultima attinge un valore inferiore a quello che si avrebbe a snervamento, la cerniera flessionale è stata modellata tenendo conto del solo comportamento lineare fino al collasso in assenza, dunque di pianerottolo plastico.

Il software di calcolo con cui è stato eseguito il push-over è stato predisposto in modo tale da condurre l'analisi secondo due distribuzioni di forze la prima della quali, denominata MASS +X, è conforme alla configurazione di forze laterali proporzionali alle masse, la seconda MODE +X richiama la distribuzione che tiene conto della combinazione modale SRSS; nel caso di strutture irregolari è raccomandato l'uso della SRSS per il calcolo del profilo delle forze, per cui si consiglia di impostare il proprio software in modo che possa condurre tale tipo analisi.

Il punto di controllo della struttura è stato preso in corrispondenza del centro delle masse dell'ultimo piano; si ricorda che tale scelta, di solito utilizzata di default dai programmi di calcolo e spesso non modificabile da parte dell'utente, trova giustificazione nel fatto che di solito nelle strutture a telaio il centro delle masse dell'ultimo piano è quello che, nella configurazione deformata relativa al primo modo di vibrare della struttura, si sposta di più.

Ciò comunemente si realizza nelle strutture regolari in pianta e soprattutto in altezza, ma si faccia attenzione che, qualora si abbiano anomale distribuzioni di massa e di rigidità tra i piani, non è assolutamente detto che il centro delle masse dell'ultima elevazione si comporti in modo equivalente al caso sopra citato.

E' bene dunque che l'utente prima della definitiva scelta del punto di riferimento da utilizzare nella definizione della curva di push-over, controlli i parametri dinamici della struttura facendo particolare attenzione agli spostamenti modali, e constati che effettivamente il baricentro delle masse dell'ultimo piano sia rappresentativo della deformata modale di riferimento.

Qualora non venissero rispettati i requisiti sopra elencati, l'utente dovrebbe poter scegliere come punto di controllo il centro delle masse di un altro piano.

L'analisi condotta in modo dimostrativo solo lungo la direzione x analogamente alle scelte fatte per le verifiche di livello 1, ha dato come risultato le seguenti curve di capacità. Il programma è stato impostato imponendo come target di spostamento 150mm, mentre la procedura di stima della distribuzione delle forze laterali è stata fatta fare in automatico.

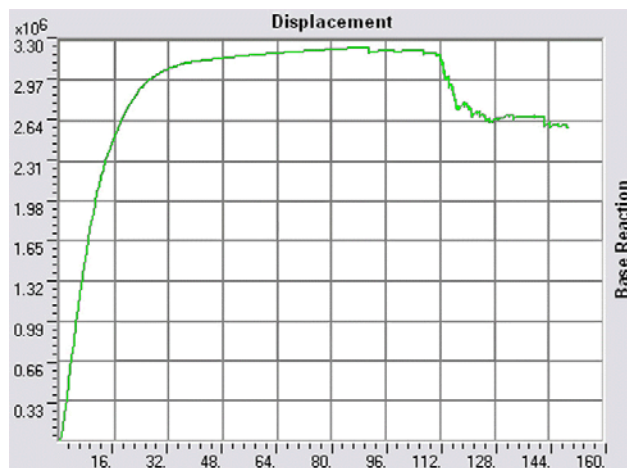


Figura 14.1.2.5 – push mass+x

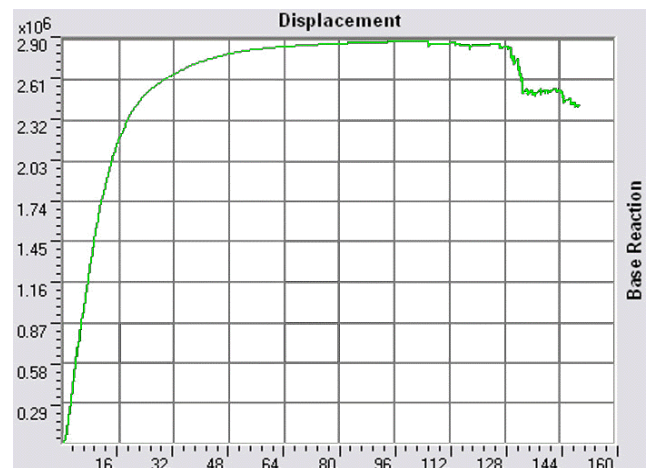


Figura 14.1.2.6 – push mode+x

Per comprensione di lettura si specifica che gli spostamenti sono stimati in millimetri (mm), mentre i tagli alla base in Newton (N).

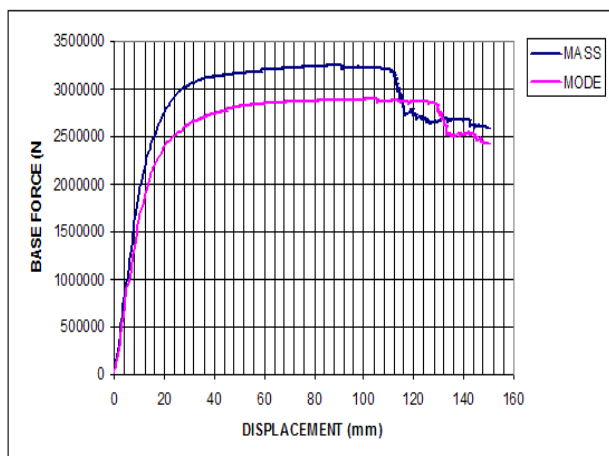


Figura 14.1.2.7 – sovrapposizione curve

Sovrapponendo le due curve è possibile constatare come esse siano simili nell'andamento, ma restituiscono capacità globali un po' differenti; la curva MASS fornisce un taglio alla base massimo superiore che si delinea dopo uno spostamento di 92 mm circa, mentre la curva MODE presenta un taglio massimo più basso che si verifica in corrispondenza di uno spostamento di circa 107 mm. Per le considerazioni fatte nel capitolo 13 circa l'utilizzo del fattore di partecipazione  $\gamma_i$ , è sempre lecito aspettarsi che il  $V_{max}$  nel push-mass sia superiore al corrispondente  $V_{max}$  del push-mode.

In generale la curva di push-over mostra che le capacità deformative della struttura sono piuttosto ridotte, tuttavia esse evidenziano delle risorse di duttilità che in una struttura con materiali piuttosto scadenti, in presenza di elementi con scarse capacità rotazionali (soprattutto pilastri corti), ad una sommatoria valutazione potevano sembrare fuori portata.

Concentrando l'attenzione sui punti delle curve in cui si attinge il valor massimo dello spostamento, si può risalire alla causa della perdita istantanea di rigidità che coincide con uno stato limite di collasso in base al quale uno od alcuni elementi perdono capacità portante. Analizzando l'out-put grafico del programma siamo risaliti agli elementi critici che, come è possibile constatare dalle due seguenti figure, risultano essere dei pilastri inseriti nella parte strutturale munita di due sole elevazioni.

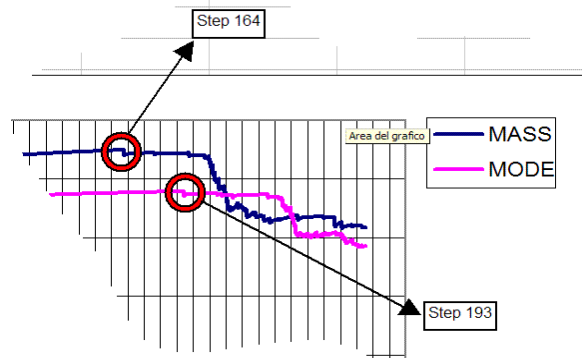


Figura 14.1.2.8 – gli step dei primi collassi

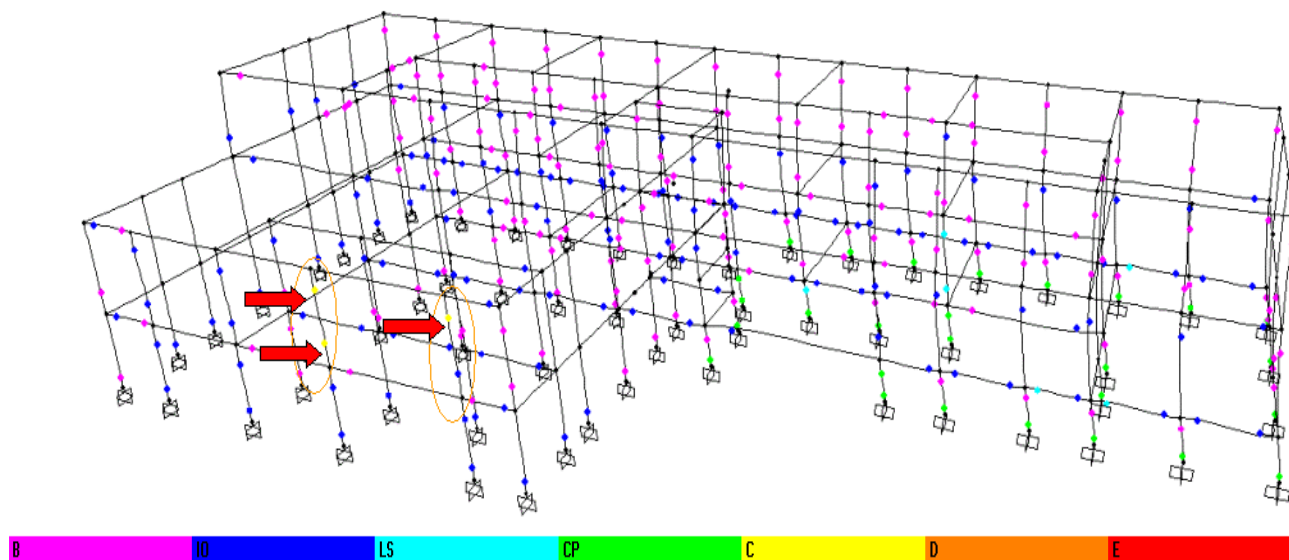


Figura 14.1.2.9 – Step 164 per il push-mass

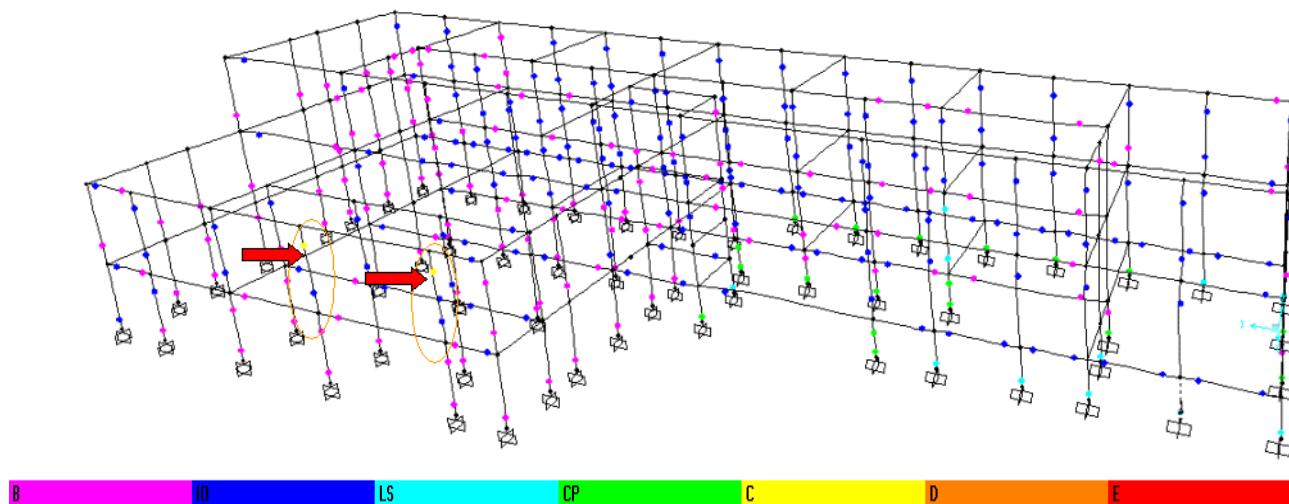


Figura 14.1.2.10 – Step 193 per il push-mode

Per una miglior comprensione dell'output grafico si tenga presente che il giallo corrisponde al collasso strutturale cioè alla totale perdita di capacità portante ai carichi orizzontali e dunque identifica lo stato limite di collasso (SLCO).

In entrambe le rappresentazioni sono stati evidenziati i pilastri che inducono la caduta di rigidità focalizzata nelle due curve di pushover riportate in figura 14.1.2.8; si tratta degli stessi elementi per i due

tipi di push, con la differenza che nel push-mass la crisi avviene prima, in termini di spostamento, ma in corrispondenza di un taglio alla base maggiore.

Si noti comunque come tutti i pilastri "corti" visibili nella parte inferiore destra della struttura, siano praticamente prossimi al collasso e comunque abbiano superato il limite di danno severo (colore ciano).

Tutti gli altri elementi, soprattutto i pilastri, si trovano nella fase plastica (colore blu) pur non avendo ancora raggiunto il limite del danno severo.

Le curve di capacità così determinate dovranno essere bilinearizzate secondo la procedura descritta nel capitolo 13 e che sarà applicata nel dettaglio nei successivi capitoli relativi alla valutazione della risposta non lineare.

### 14.1.3 Push-n°2 – Cerniere flessionali e a taglio nei pilastri corti

Nella precedente modellazione tutti gli elementi sono stati modellati con delle cerniere flessionali; in realtà, come anticipato nelle note introduttive, in seguito ai confronti effettuati durante le verifiche di livello 1 tra le capacità flessionali degli elementi e le corrispondenti capacità a taglio, è emerso come questi elementi siano condizionati dal fatto che la crisi per taglio anticipa sempre quella flessionale.

Per questa ragione si è ritenuto opportuno affrontare una analisi di push-over "condizionando" la soluzione mediante l'inserimento di cerniere a taglio su tutti gli elementi tozzi; questo tipo di modellazione, dettata dalla logica strutturale, è comunque una sorta di "forzatura" dell'analisi in quanto la tecnica dell'analisi statica non lineare nasce e si sviluppa per la stima del comportamento non lineare di strutture a prevalente comportamento flessionale.

Tuttavia lo scopo dell'analisi è quello di acquisire maggiori informazioni soprattutto nell'ottica di una valutazione comparata tra meccanismi fragili e duttili tendente tra l'altro alla definizione dell'influenza che i primi possono avere sulla risposta globale duttile della struttura.

La cerniera a taglio è stata modellata in modo molto semplice: è stato imposto al programma di controllare che nella sezione di mezzeria del pilastro lo stato di sollecitazione di taglio presente step by step sia inferiore al valore del taglio resistente calcolato a priori in base alle caratteristiche geometriche e dei materiali della singola sezione.

E' stata modellata dunque una cerniera a controllo di resistenza e non di spostamento come avviene comunemente per le cerniere flessionali.

I parametri di input per la definizione delle forzanti laterali e dei criteri di soluzione tipici del programma sono rimasti gli stessi che nel caso precedente.

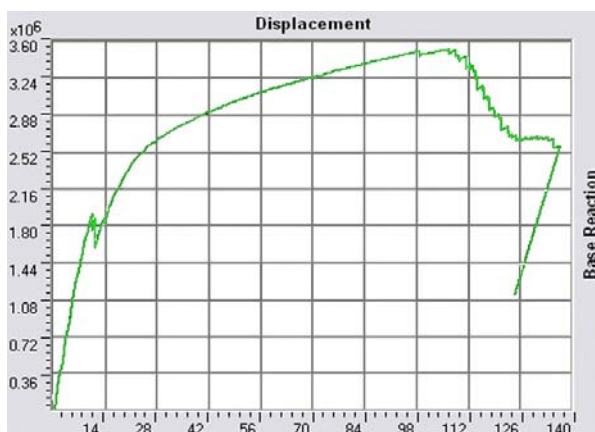


Figura 14.1.3.1 – push mass+x

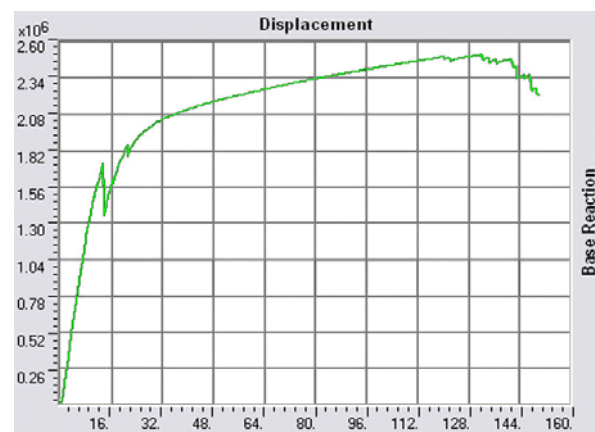


Figura 14.1.3.2 – push mode+x

L'andamento della curva di push-over mostra un repentino abbassamento di rigidezza in corrispondenza di uno spostamento orizzontale molto limitato (meno di 16mm), sia nel caso di push-mass che nel caso push-mode; questo comportamento denuncia l'insorgenza di un collasso ed è senz'alto dovuto all'effetto che l'introduzione delle cerniere al taglio ha portato nel comportamento globale della struttura. Difatti,

come era logico aspettarsi, i pilastri corti giungono molto presto alla soglia tensionale limite corrispondente al taglio resistente, per cui essi mostrano un collasso per meccanismo fragile che anticipa in modo consistente il collasso rotazionale.

Si noti tra l'altro che il collasso a taglio si sviluppa quando ancora la curva di push-over si trova nel tratto iniziale ad andamento praticamente lineare, per cui la crisi avviene quando ancora la struttura si trova in campo elastico.

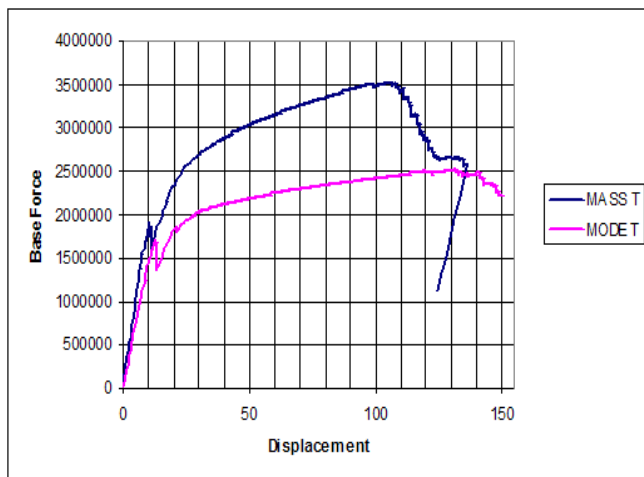


Figura 14.1.3.3 – sovrapposizione curve

Analogamente a quanto fatto per il caso delle cerniere flessionali, sovrapponiamo le curve di push-over; si noti che la curva di push-mass non riesce a raggiungere lo spostamento di target previsto (150 mm) per problemi di convergenza sopraggiunti in corrispondenza del punto in cui la curva decade improvvisamente (a circa 138 mm). Fino a quel punto comunque l'andamento è soddisfacente per cui riteniamo sufficientemente buona l'analisi condotta fino a quello step. Come si vedrà più avanti comunque il punto di controllo si è spostato della quantità minima necessaria<sup>11</sup>.

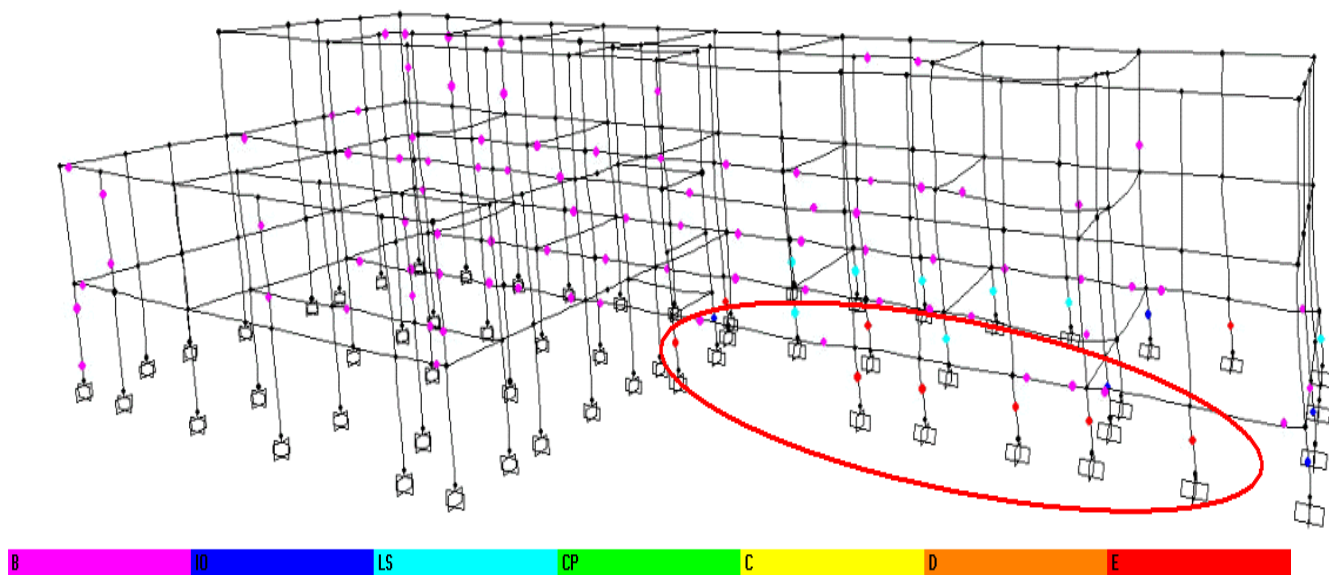


Figura 14.1.3.4 – Step 27 per il push-mass

<sup>11</sup> Ai sensi di quanto scritto nel paragrafo 16.1.4

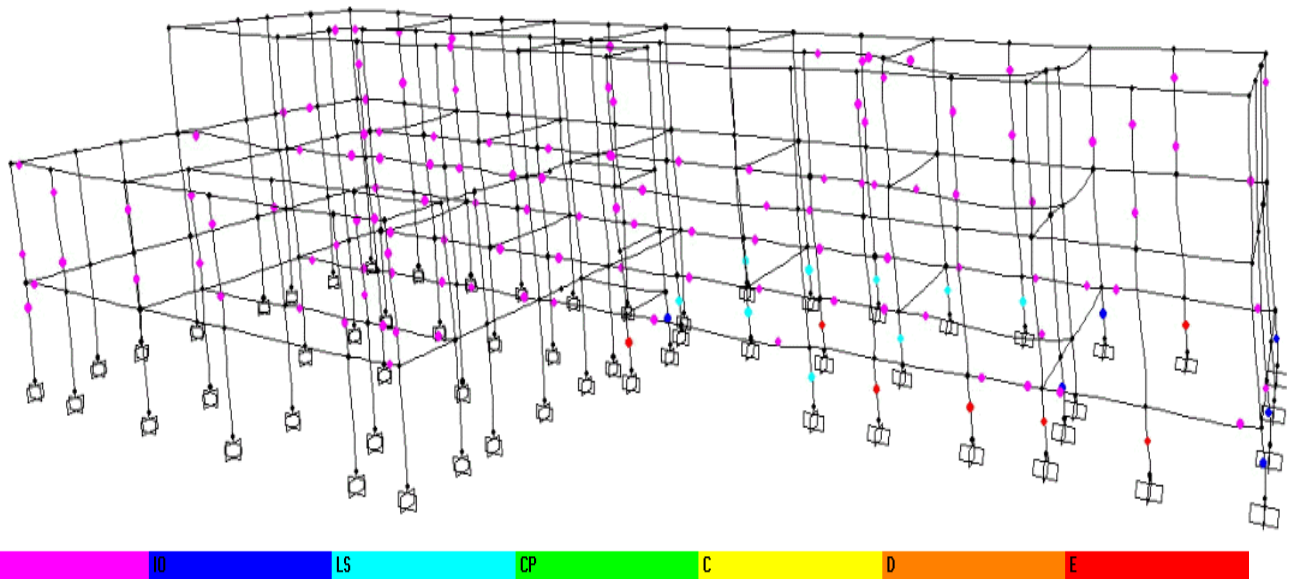


Figura 14.1.3.5 – Step 29 per il push-mode

La grafica delle due figure ora riportate mette in chiara evidenza il fatto che il collasso corrispondente alla repentina caduta di resistenza strutturale è dovuto ai pilastri corti nei quali si raggiunge velocemente uno stato di sollecitazione pari al valore corrispondente al taglio resistente.

Collassi fragili così diffusi rendono praticamente inutilizzabili le risorse di duttilità che la struttura comunque riuscirebbe a sviluppare mediante la plasticizzazione degli altri elementi molti dei quali si trovano ancora nella fase elastica.

#### 14.1.4 Push-n°3 – Esclusione dei pilastri “corti”

E' evidente che le analisi appena svolte sono particolarmente influenzate dalla presenza dei pilastri corti che di fatto, a causa della insita fragilità, impediscono lo sviluppo della pur ridotte capacità duttili della struttura.

Solo ai fini di un veloce e non esaustivo confronto vediamo che cosa sarebbe successo qualora fosse stato impostato il piano di fondazione della parte di struttura interrata a livello dei pilastri del piano terra, cioè se di fatto i pilastri corti non fossero stati gettati ed avessimo comunque fondato l'edificio su due quote differenti.

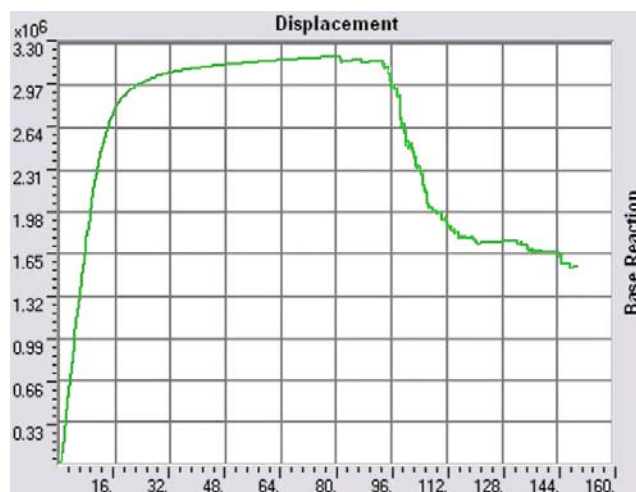


Figura 14.1.4.1 – push mass+x

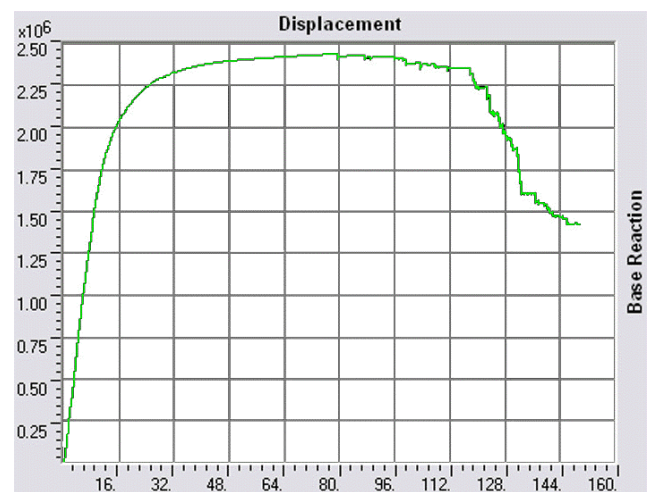


Figura 14.1.4.2 – push mode+x

In questo caso la struttura è costituita da elementi che non mostrano a priori un evidente comportamento fragile, per cui è logico modellare le cerniere plastiche in modo che queste siano esclusivamente di tipo rotazionale.

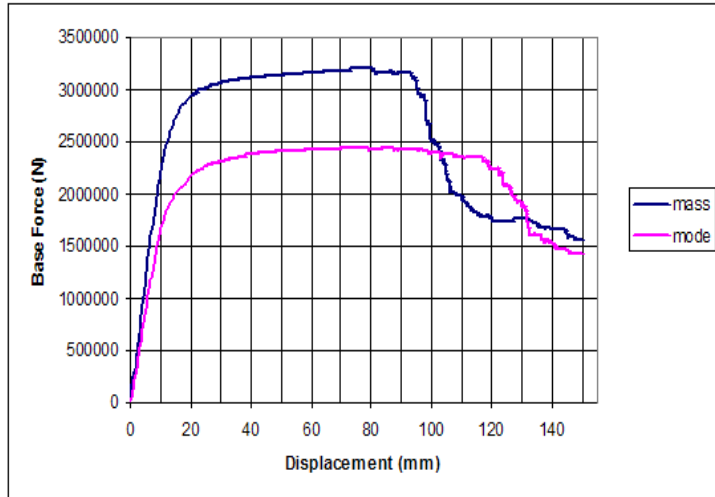


Figura 14.1.4.3 – sovrapposizione curve

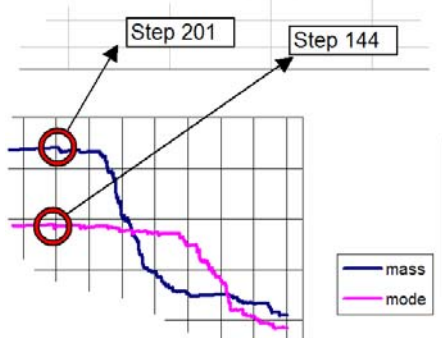


Figura 14.1.4.4 – gli step dei primi collassi

Si nota subito come l'andamento della curva sia tornato quello "classico" di una curva di pushover sicuramente affetta da scarse risorse duttili, ma che non mostra comunque repentine "cadute" dovute a meccanismi fragili.

Fotografiamo l'istante del primo collasso che corrisponde per il push-mass allo step 201, per il push-mode allo step di calcolo n. 144 (figura 14.1.4.4).

Gli step citati corrispondono allo spostamento coincidente con il raggiungimento del massimo valore del taglio alla base.

I due tipi di pushover sono questa volta caratterizzati da un valore di spostamento critico praticamente coincidente; infatti per il push-mass il massimo si ha quando il punto di controllo si è spostato di circa 81 mm, per il push-mode quando si è giunti a circa 79 mm, tuttavia osservando le due figure seguenti si nota come la crisi non coinvolga lo stesso elemento.

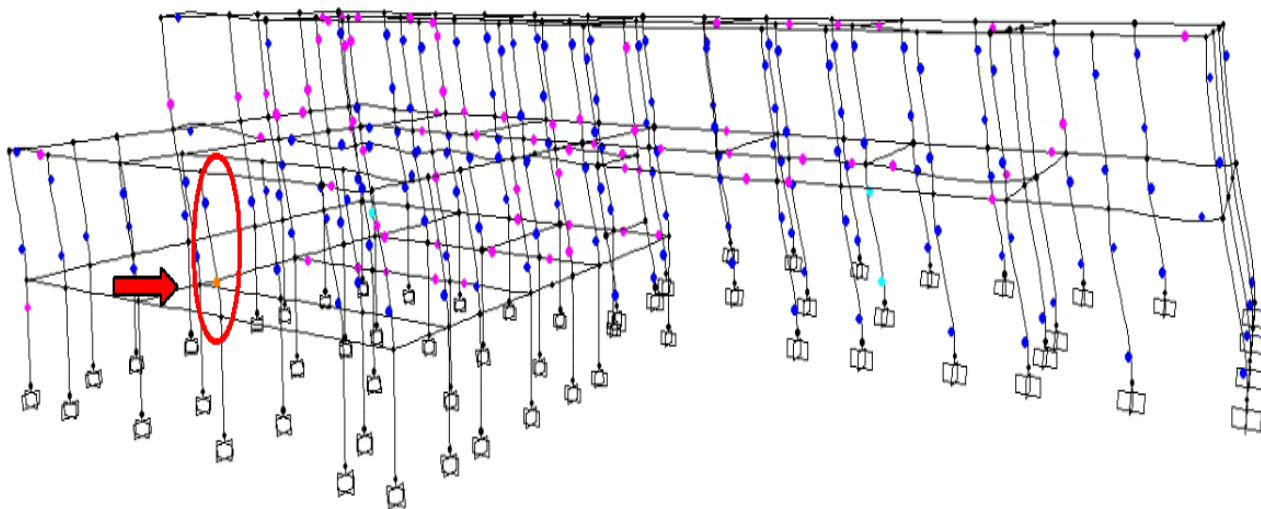


Figura 14.1.4.5 – Step 201 per il push-mass

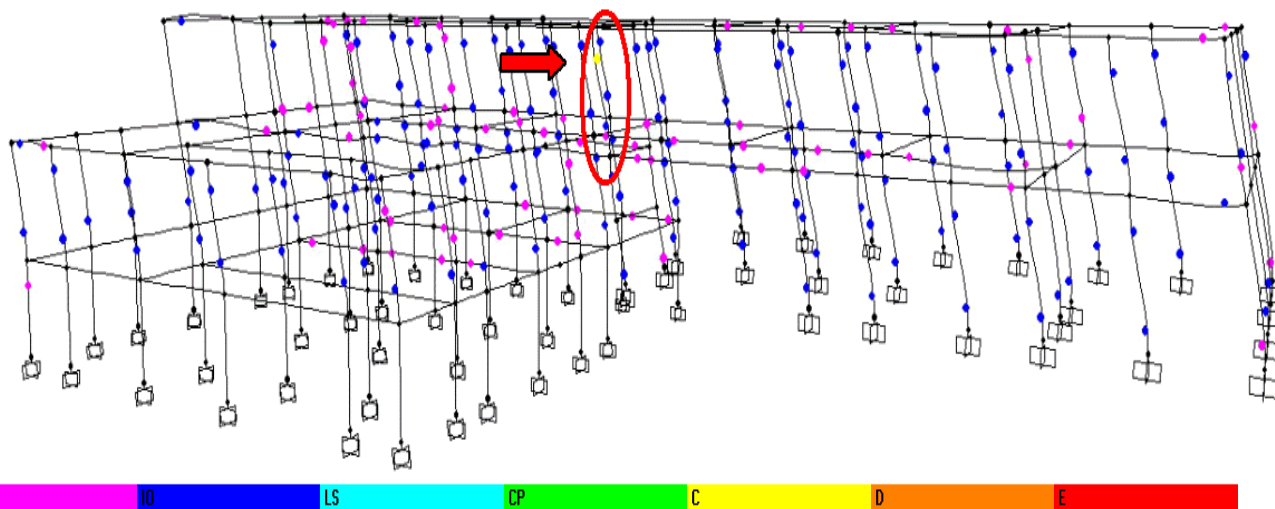


Figura 14.1.4.6 – Step 144 per il push-mode

E' sempre plausibile attendersi che i due tipi di pushover utilizzati nell'analisi diano risposte più o meno differenti; la motivazione risiede nel fatto che, a causa di profili di forze differenti, nel caso di "pushover massa" vadano in crisi i pilastri dei piani bassi, nel caso di pushover modale vengano evidenziate le criticità degli elementi localizzati ai piani alti.

Naturalmente queste considerazioni sono del tutto generali fermo restando che nella realtà la specificità della tipologia strutturale condiziona fortemente il risultato dell'analisi.

### 14.1.5 Conclusioni

Il confronto tra le curve di push-over diventa significativo solo nei primi due casi e cioè quando i pilastri "corti" sono stati modellati una volta mediante cerniere flessionali, l'altra mediante cerniere di taglio.

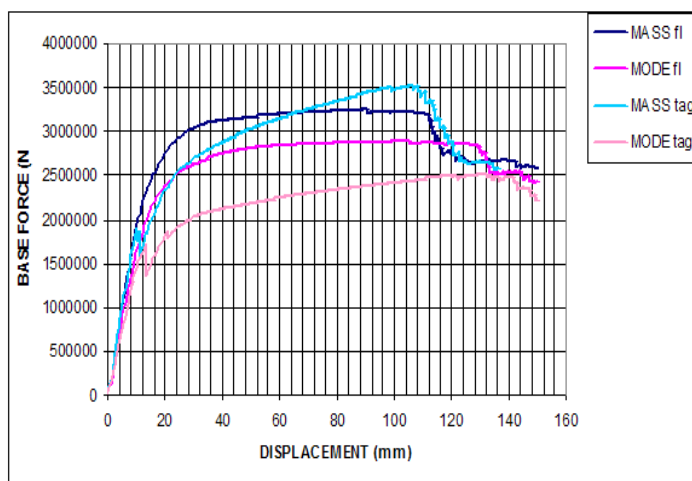


Figura 14.1.5.1 – sovrapposizione curve

Per convenienza vengono riportate nella figura a fianco le curve relative alle analisi push-over da porsi a confronto.

Nei termini specifici di una verifica al collasso, dove la norma richiede di valutare se la crisi avviene per flessione o taglio (a prescindere che bisognerebbe verificare anche lo stato di sollecitazione sui nodi strutturali) è evidente che l'aver trascurato a priori il fatto che alcuni elementi sono fortemente fragili, può portare a delle differenze non trascurabili, sia in termini di spostamento ultimo che di taglio alla base resistente.

Di fatto però, essendo inaccettabile per una struttura a telaio un livello di danno fragile così diffuso ed importante, non potendo in questo caso evidentemente contare su una redistribuzione delle forze che la procedura automatizzata di pushover comunque prevede, è logico affermare che le curve di capacità sono indicative solo fino al raggiungimento dello stato di collasso per taglio, cioè praticamente in campo lineare.

In termini pratici sembra generalmente insensato procedere ad una analisi di push-over quando nella struttura non siano impediti i meccanismi fragili, che di fatto condizionano il risultato di risposta globale.





Nasce dunque spontaneo, perché ingegneristicamente ragionevole, individuare una **procedura di verifica che qualora voglia valutare correttamente la capacità della struttura di “entrare” in campo plastico, debba necessariamente passare preliminarmente per l’individuazione degli elementi a spiccato comportamento fragile.**

Individuati gli elementi/meccanismi fragili, constatato che questi anticipano i meccanismi duttili di rotazione, sembra dunque opportuno incanalarsi direttamente nella fase progettuale, tramite la quale si possano valutare tutti quegli interventi esclusivamente finalizzati all’eliminazione delle “fragilità” strutturali.

L’esperienza ha di fatto mostrato come dietro a valori particolarmente bassi degli indici di vulnerabilità degli edifici sottoposti a verifica, siano nascosti collassi repentini per meccanismi fragili; questi tra l’altro spesso identificano la crisi di pochi elementi che però condizionano il risultato globale, sia in termini di affidabilità della risposta strutturale dell’analisi push-over che in termini di pericolosità generale.

Eliminare questi meccanismi avrebbe dunque il doppio effetto di rendere l’analisi push-over più affidabile e di innalzare gli indici di vulnerabilità verso valori molto più vicini alla verifica di quello che fino ad oggi è stato possibile apprezzare.

Tale approccio alla verifica è sicuramente non convenzionale perché sostanzialmente non richiede di andare subito in fondo all’analisi della struttura, ma pretende esplicitamente l’individuazione di tutte quelle carenze strutturali che possano in qualche modo influenzare la risposta non lineare, quindi “lavorare” sin da subito su queste in termini progettuali.

Tra l’altro, nell’ottica di una strategia legata all’ottimizzazione delle risorse economiche pubbliche destinate alle verifiche sismiche, l’adozione di una metodologia di verifica così concertata, potrebbe in effetti portare all’impegno di ridotte ma mirate quantità di denaro pubblico da utilizzarsi per interventi definibili “urgenti”, con la prioritaria finalità di abbassare il livello di vulnerabilità sismica ed “allungare” così nel tempo il definitivo intervento di adeguamento sismico<sup>1</sup>.

#### 14.1.6 Ulteriori approfondimenti

A parziale completamento delle osservazioni precedentemente fatte circa l’opportunità di utilizzare il valore del modulo elastico intero ovvero dimezzato, si riportano ora i risultati dell’analisi statica non lineare qualora fosse stato utilizzato il valore del modulo elastico ridotto.

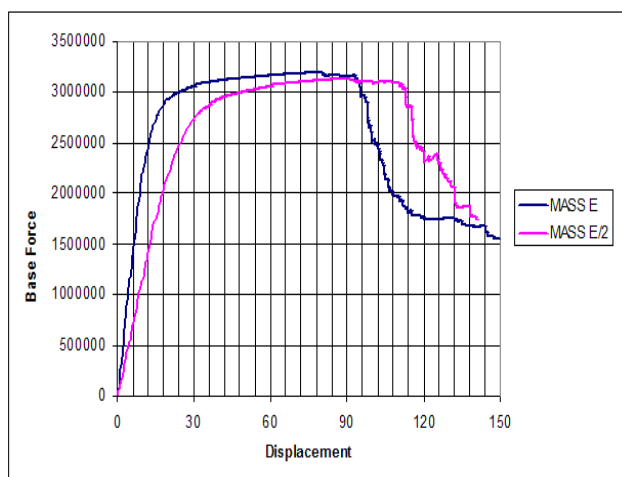


Figura 14.1.6.1 – push mass+x

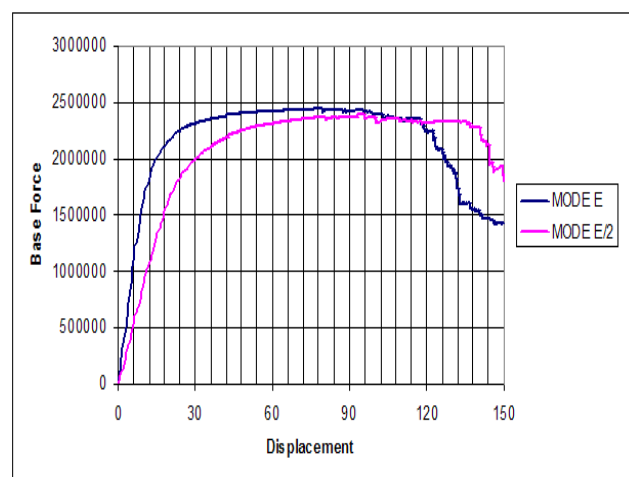


Figura 14.1.6.2 – push mode+x

<sup>1</sup> A tal proposito la Regione Marche sta approfondendo gli studi relativi alla “Definizione delle priorità e della scala temporale degli interventi sugli edifici scolastici”, condotti tra gli altri da G.M. Calvi, con la finalità di poter programmare una strategia di ottimizzazione delle risorse economiche da destinarsi al territorio, in materia di rischio sismico.

Più che i singoli andamenti sono indicative le figure 14.1.6.1 e 14.1.6.2 in cui è possibile apprezzare la sovrapposizione tra le curve ottenute con E intero ed E dimezzato, distintamente per i due casi push-mass e push-mode.

Nel caso specifico la modifica di E ha comportato essenzialmente la traslazione in avanti della curva di push-over incidendo dunque nella capacità di spostamento globale, ma non avendo apportato variazioni sostanziali sul valore del taglio resistente globale.

Il valore del taglio massimo in corrispondenza del quale si ha l'inizio del degrado di resistenza globale, nel caso di E/2 avviene per un valore di spostamento superiore di circa il 10-12% rispetto al caso di modulo elastico intero.

Come questo fatto incida nella valutazione della vulnerabilità sismica in termini globali sarà possibile apprezzarlo meglio nei successivi capitoli.

## 15. La valutazione delle risposta non lineare di edifici in c.a.

### 15.1 Il passaggio dal sistema M-GDL al sistema 1-GDL

#### 15.1.1 Premessa

Viene ora descritta la procedura di conversione della curva di capacità derivante direttamente dall'analisi di push-over nella corrispondente curva ad 1-GDL seguendo la procedura prevista nell'ordinanza.

La curva di partenza è quella che deriva dall'analisi statica non lineare condotta sulla struttura di Camerano facendo riferimento, a prescindere da tutte le considerazioni fatte nei capitoli precedenti in merito all'affidabilità della curva, al caso in cui siano presenti i pilastri tozzi modellati con cerniere flessionali.

#### 15.1.2 Push-mass +X

Si ricordi innanzi tutto che la curva di capacità è stata in questo caso determinata a partire da un profilo di forze proporzionale alla massa e che il coefficiente di partecipazione  $\Gamma$  è stato assunto pari a 1.

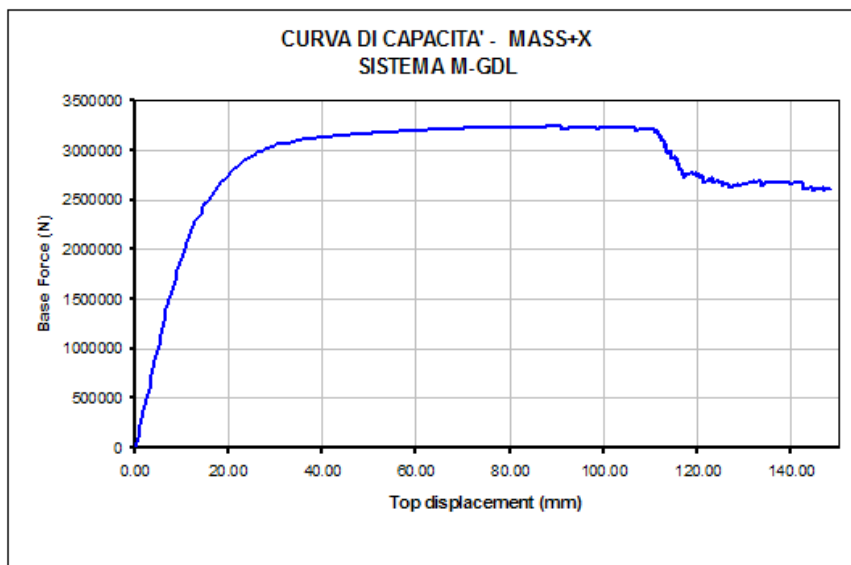


Figura 15.1.2.1

Dopo aver riportato su un foglio elettronico i dati di output relativi alla curva di push-over, si calcolino i valori di  $d^*$  e  $F^*$ , relativi al sistema 1-GDL, legati a quello M-GDL attraverso il fattore di partecipazione.

Essendo quest'ultimo uguale ad 1, la curva equivalente sarà coincidente con quella di partenza – *Figura 15.1.2.1 e Figura 15.1.2.2.*

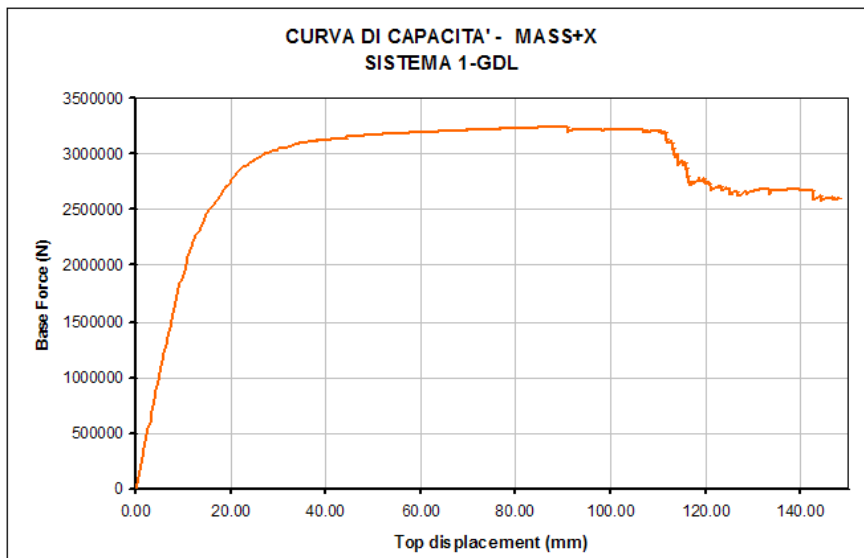


Figura 15.1.2.2

Noti tutti i valori della curva di capacità 1-GDL è possibile ricavare in particolare  $F_y^*$  e  $d_m^*$ , corrispondenti al valore del taglio alla base massimo ed allo spostamento in cui si verifica tale taglio.

$$F_y^* = F_{\max}^* = 3.247.102N$$

$$d_m^* = d^*(F_{\max}^*) = 91mm$$

Noti questi due valori bisogna procedere al calcolo di  $d_y^*$ , rappresentativo del valore dello spostamento di riferimento necessario per la costruzione della

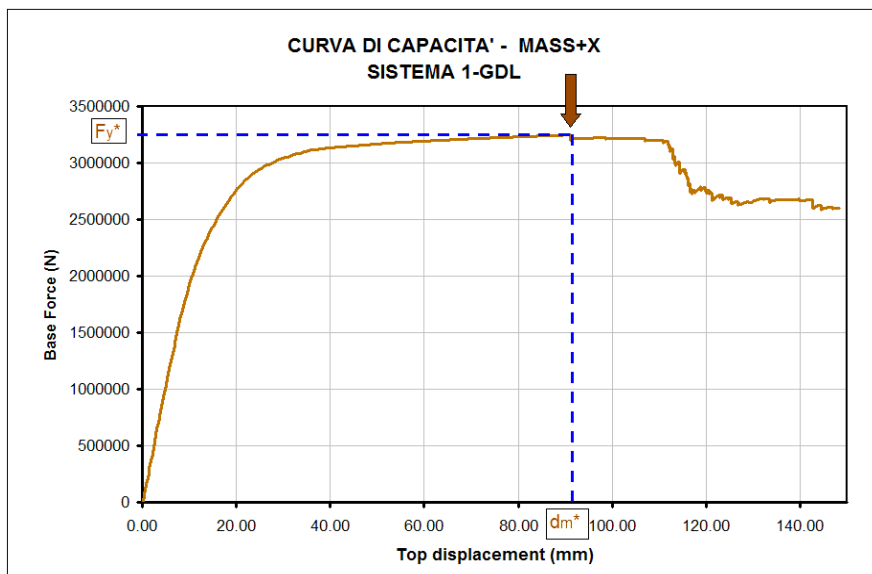


Figura 15.1.2.3

bilineare, in corrispondenza del quale si identifica il limite di spostamento elastico.

Il valore viene calcolato in base all'equivalenza tra l'area sottesa alla curva  $F^*-d^*$  e la curva bilineare stessa, utilizzando la seguente formula:

$$d_y^* = 2 \cdot \left( d_m^* - \frac{E_m}{F_y^*} \right)$$

$E_m$  rappresenta il valore dell'area sottesa alla curva di capacità calcolato **sommando** i contributi delle aree rappresentate dagli step di spostamento ( $d_i$ ) della curva e dal corrispondente valore del taglio ( $F_i$ ); in sostanza:

- primo contributo:  $\frac{d_1 \cdot F_1}{2}$  (area di un triangolo)
- secondo contributo:  $\frac{(d_2 - d_1) \cdot (F_2 + F_1)}{2}$  (area di un trapezio)
- terzo contributo:  $\frac{(d_3 - d_2) \cdot (F_3 + F_2)}{2}$  (area di un trapezio)
- ..... e così via fino al raggiungimento dello step corrispondente a  $d_m^*$

Applicando la formula sopra riportata si ottiene in definitiva  $d_y^* = 23mm$ .

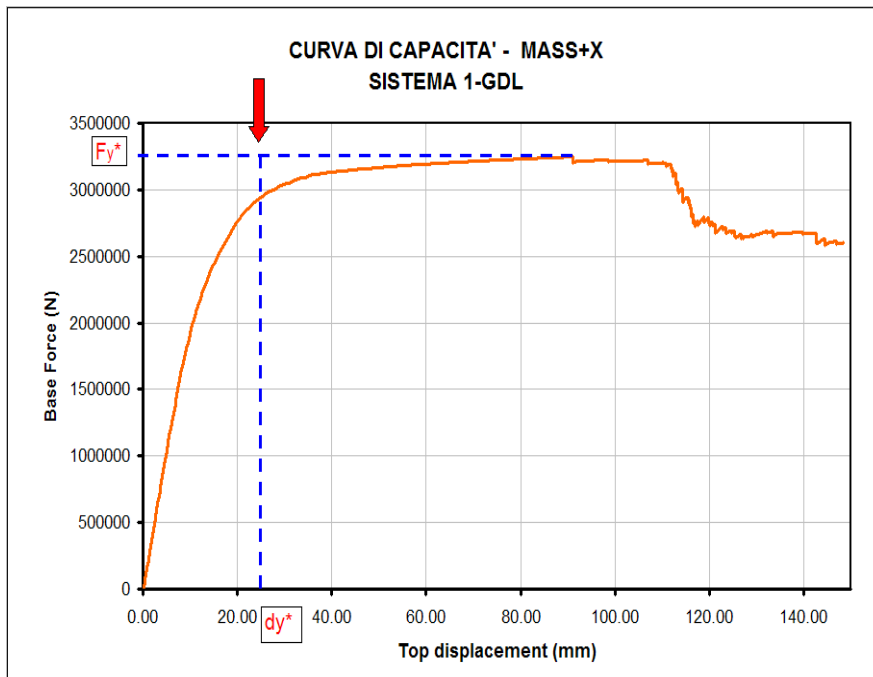


Figura 15.1.2.4

Arrivati a questo punto è necessario calcolare la rigidità secante  $k^*$  del sistema equivalente; questa è semplicemente data dal rapporto tra  $F_y^*$  e  $d_y^*$  e nel nostro caso vale:

$$k^* = \frac{3.247 \cdot 10^2 \text{ N}}{23 \text{ mm}} = 138.632 \text{ N / mm}$$

Per sapere il valore del periodo proprio  $T^*$  del sistema equivalente ad 1-GDL, bisogna calcolarsi il valore della massa  $m^*$ , ove:

$$m^* = \sum m_i \phi_i$$

La determinazione di  $m^*$  passa dunque per una deformata di riferimento normalizzata al valore dello spostamento massimo; in particolare la deformata modale è stata calcolata combinando con una SRSS gli spostamenti modali lungo x, tenendo in conto tutti i modi ritenuti significativi.

Punto	Ux	Modo	Periodi	srss	
G1	-0.005800	1	0.61		
G1	0.006700	2	0.59	0.55	
G1	-0.001598	3	0.44	0.53	
G1	0.020800	4	0.23	0.40	
G1	-0.000400	5	0.22	0.21	
G1	-0.001200	6			
G1	0.004200	7			
G1	-0.035400	8			
G1	-0.004200	9			0.022669
G2	-0.015400	1			
G2	0.016100	2			
G2	-0.003100	3			
G2	0.018100	4			
G2	-0.000500	5			
G2	0.002100	6			
G2	-0.003600	7			
G2	0.015900	8			
G2	0.000900	9			0.02887629
G3	-0.022400	1			
G3	-0.022600	2			
G3	-0.002600	3			
G3	-0.030400	4			
G3	0.001500	5			
G3	-0.003100	6			
G3	0.003000	7			
G3	-0.009300	8			
G3	0.000300	9			0.04410998

Figura 15.1.2.5

A tal proposito, identificati con G1, G2, G3 i centri delle masse dei tre piani di riferimento, considerato che al 5° modo di vibrare si è già dinamicamente impegnato più del 95% della massa partecipante, combinando gli spostamenti come sopra specificato, si ottiene che la massa  $m^*$  vale  $1.560 \text{ N s}^2/\text{mm}$ .

Il tutto viene riassunto schematicamente nella figure 15.1.2.5 e 15.1.2.6.

DIREZIONE DI INDAGINE: +X; +5% eccentricità						MASS+X		
Livello	Quota	Massa	Modo	Vettore U	Vettore Φ	$m_i \times \Phi_i$	$m_i \times \Phi_i^2$	Coeff. Γ
***	mm	N s <sup>2</sup> /mm	***	mm	***	N s <sup>2</sup> /mm	N s <sup>2</sup> /mm	***
G1	3150.00	942.58	SRSS	0.0227	0.5139	484.4108	248.9484	1.0000
G2	6900.00	900.01	SRSS	0.0289	0.6546	589.1826	385.7043	
G3	10650.00	486.58	SRSS	0.0441	1.0000	486.5840	486.5840	
		2329.17				1560.1774		

Figura 15.1.2.6

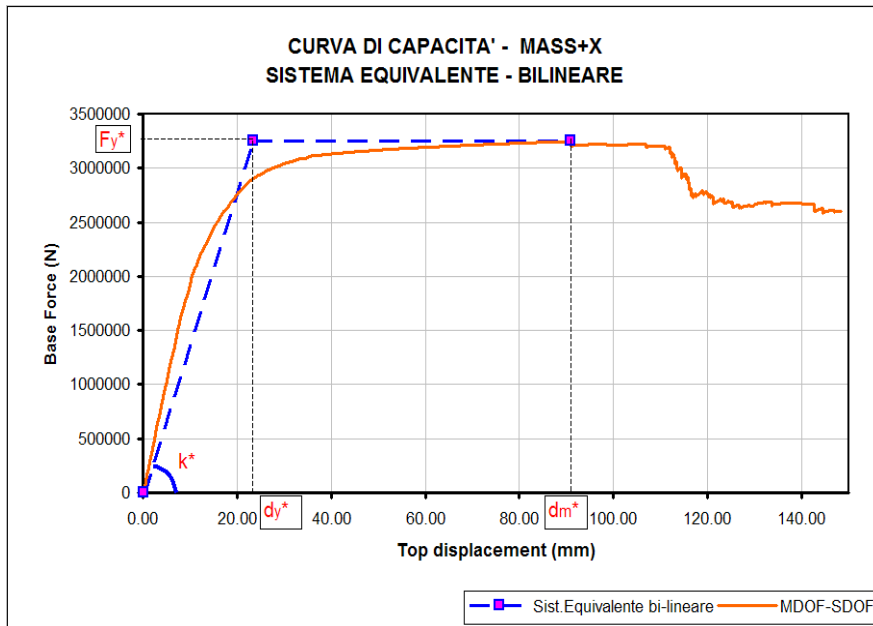


Figura 15.1.2.7

Tramite i parametri ora calcolati è possibile disegnare la bilineare; in particolare  $k^*$  rappresenta la pendenza del tratto iniziale della curva.

Noto  $k^*$  e noto  $m^*$  è possibile ricavare il valore del periodo proprio del sistema equivalente ad 1-GDL:

$$T^* = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1.560}{138.632}} = 0,666s$$

Ricordando le indicazioni presenti nel capitolo 13.1.4, si ha che  $T^*$  è maggiore di  $T_c$ , e dunque si può imporre che lo spostamento raggiunto dal sistema anelastico sia uguale a quello di un sistema elastico di pari periodo.

Questa procedura, necessaria per determinare la risposta massima in spostamento ( $d_{max}^*$ ) del sistema anelastico equivalente ad 1-GDL, prevede dunque la costruzione dello spettro elastico in spostamento; questo può essere facilmente ricavato dallo spettro elastico in accelerazione riferito alla categoria del suolo, alla zona sismica ed alla classe della struttura, mediante la classica formula:

$$S_{D,e}(T^*) = S_{a,e}(T^*) \cdot \left(\frac{T^*}{2\pi}\right)^2 = 9,01cm$$

Nella successiva figura 15.1.2.8 è possibile leggere lo spettro elastico in spostamento che si è ottenuto per la classe e la categoria di suolo da assegnare alla scuola di Camerano, in cui è stato identificato lo spostamento elastico del sistema equivalente di periodo  $T^*$ .

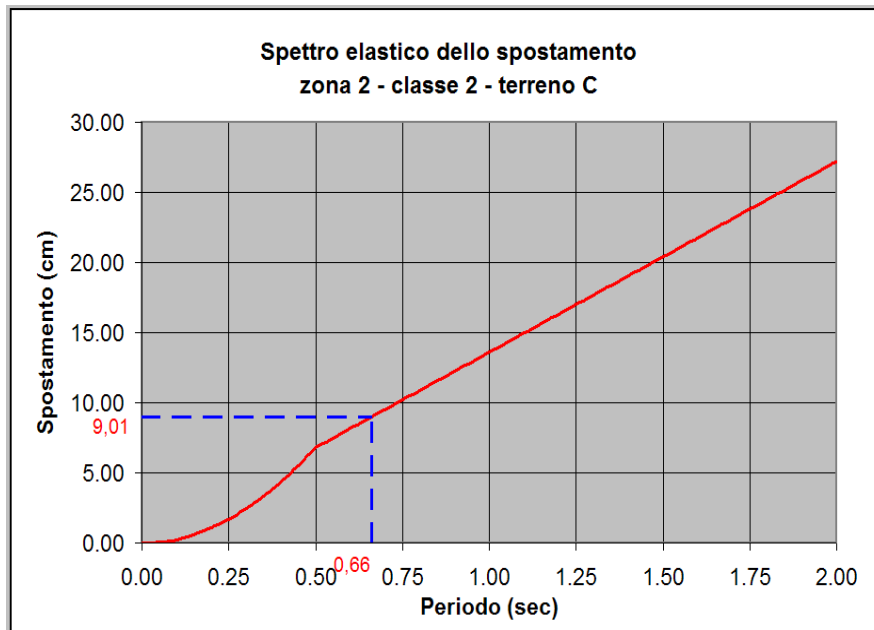


Figura 15.1.2.8

Secondo le indicazioni normative, lo spostamento massimo del sistema anelastico ad 1-GDL è:

$$d_{\max}^* = d_{e,\max} = S_{D,e}(T^*) = 9,01\text{cm}$$

Noto  $d_{\max}^*$  è possibile calcolare lo spostamento effettivo del punto di controllo del sistema M-GDL, dalla seguente formula:

$$d_{\max} = \Gamma \cdot d_{\max}^* = 90,10\text{mm}$$

L'analisi di push-over è stata spinta oltre tale valore, per cui l'analisi può considerarsi conclusa.

### 15.1.3 Push-mode +X

Per quello che riguarda l'analisi di push-over condotta secondo una distribuzione di forze legata ad una combinazione quadratica delle forze associate a ciascun modo di vibrare, si procederà in modo più speditivo inserendo soprattutto i grafici e riportando i risultati delle operazioni senza far vedere il procedimento adottato.

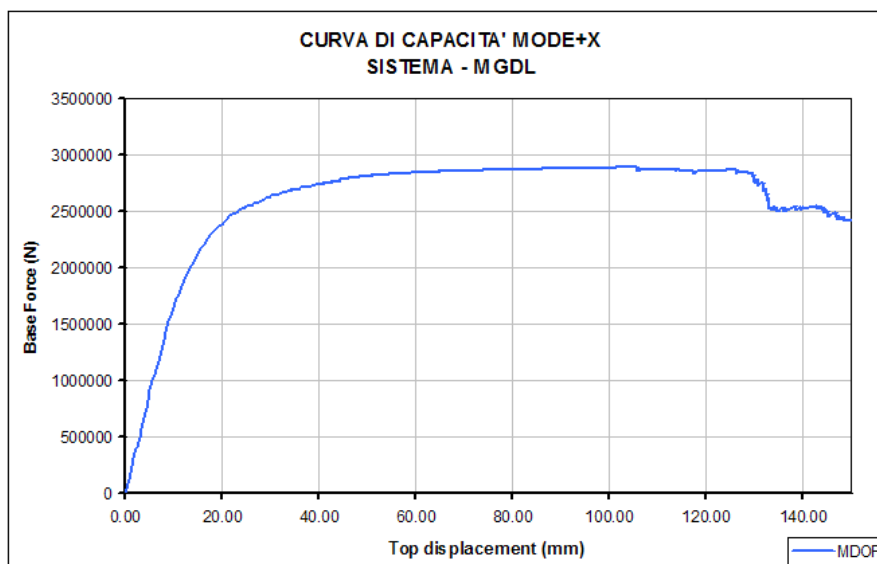


Figura 15.1.3.1

Questa volta il coefficiente di partecipazione  $\Gamma$  è diverso da uno e va calcolato in modo specifico. La procedura prevede anche in questo caso la compartecipazione dei modi superiori; in particolare è sufficiente combinare i primi 6 modi per ottenere una partecipazione del 98% della massa totale.

Il tutto è riassunto nella figura 15.1.3.2.

DIREZIONE DI INDAGINE: +X; +5% eccentricità						MODE+X		
Livello	Quota	Massa	Modo	Vettore U	Vettore Φ	$m_i \times \Phi_i$	$m_i \times \Phi_i^2$	Coeff. Γ
***	mm	N s <sup>2</sup> /mm	***	mm	***	N s <sup>2</sup> /mm	N s <sup>2</sup> /mm	***
G1	3150.00	942.58	SRSS	0.0121	0.2678	252.4396	67.6078	1.3823
G2	6900.00	900.01	SRSS	0.0312	0.6921	622.8771	431.0815	
G3	10650.00	486.58	SRSS	0.0451	1.0000	486.5840	486.5840	
		2329.17				1361.9008		

Figura 15.1.3.2

In questo caso l'introduzione del coefficiente gamma comporta un abbassamento della curva relativa al sistema equivalente ad 1-GDL, nelle modalità visibili nella successiva figura 15.1.3.3.

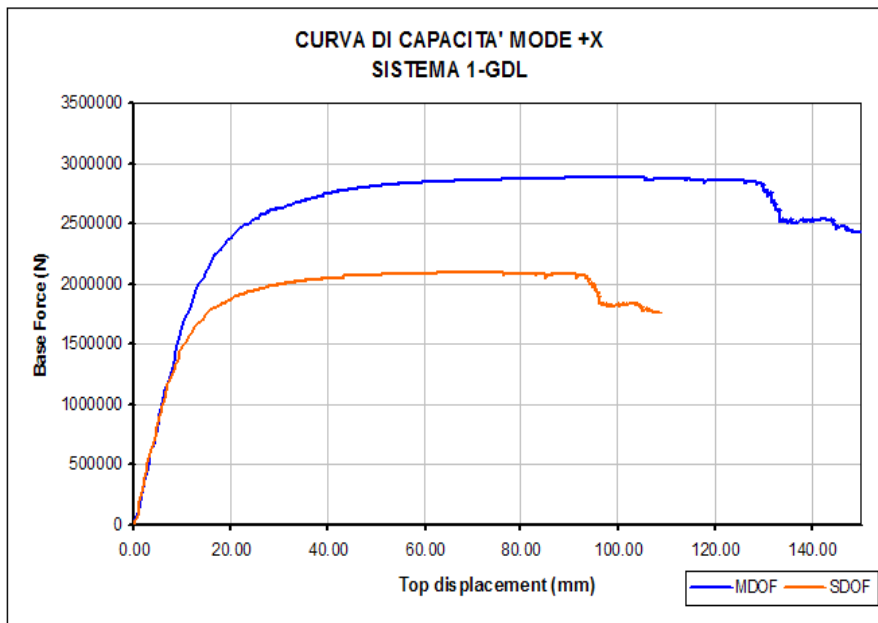


Figura 15.1.3.3

Nel caso specifico si ricavano i seguenti dati:

$$F_y^* = F_{\max}^* = 2.093.677 N$$

$$d_m^* = d^*(F_{\max}^*) = 76,5 mm$$

$$d_y^* = 18,5 mm$$

$$k^* = \frac{2.093.677 N}{18,5 mm} = 112.677 N / mm$$

$$m^* = 1.362 N s^2 / mm$$

$$T^* = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1.362}{112.677}} = 0,69 s$$

Attraverso i parametri ora scritti è possibile ricavare la curva bilineare secondo una procedura analoga a quella presentata nel caso di push-mass; nella successiva figura 15.1.3.4 viene rappresentata la curva di capacità a partire dalla quale si possono ottenere tutti i valori relativi alla risposta massima in spostamento del sistema anelastico equivalente e di seguito lo spostamento effettivo del punto di controllo del sistema M-GDL.

$$S_{D,e}(T^*) = S_{a,e}(T^*) \cdot \left(\frac{T^*}{2\pi}\right)^2 = 9,40 cm$$

Seconda le indicazioni normative, lo spostamento massimo del sistema anelastico ad 1-GDL è:

$$d_{\max}^* = d_{e,\max} = S_{D,e}(T^*) = 9,40 cm$$

Noto  $d_{\max}^*$  è possibile calcolare lo spostamento effettivo del punto di controllo del sistema M-GDL, dalla seguente formula:

$$d_{\max} = \Gamma \cdot d_{\max}^* = 1,38 \cdot 90,40 = 129,90 mm$$

Il push-over è stato spinto oltre tale valore, per cui l'analisi può considerarsi conclusa.

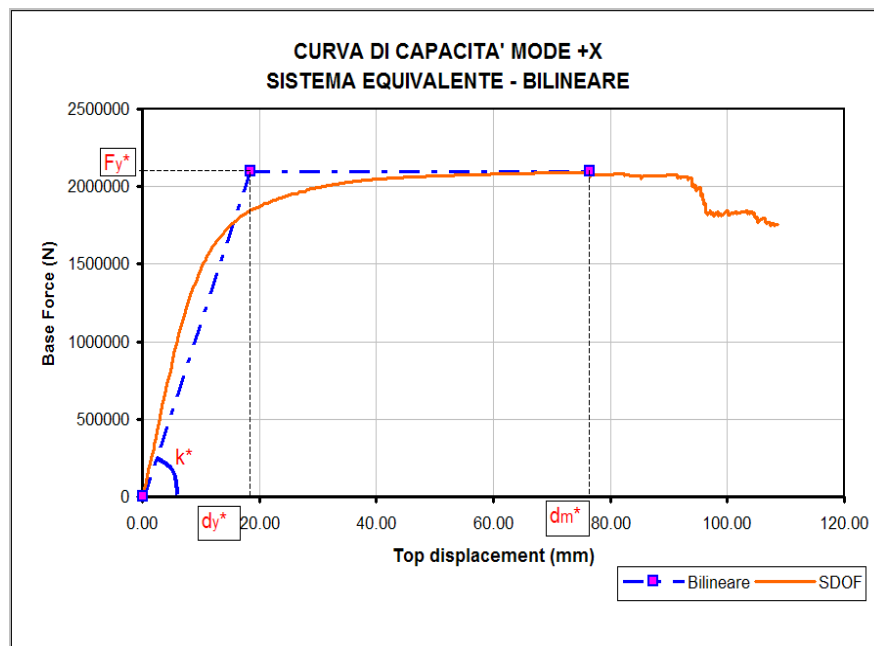


Figura 15.1.3.4

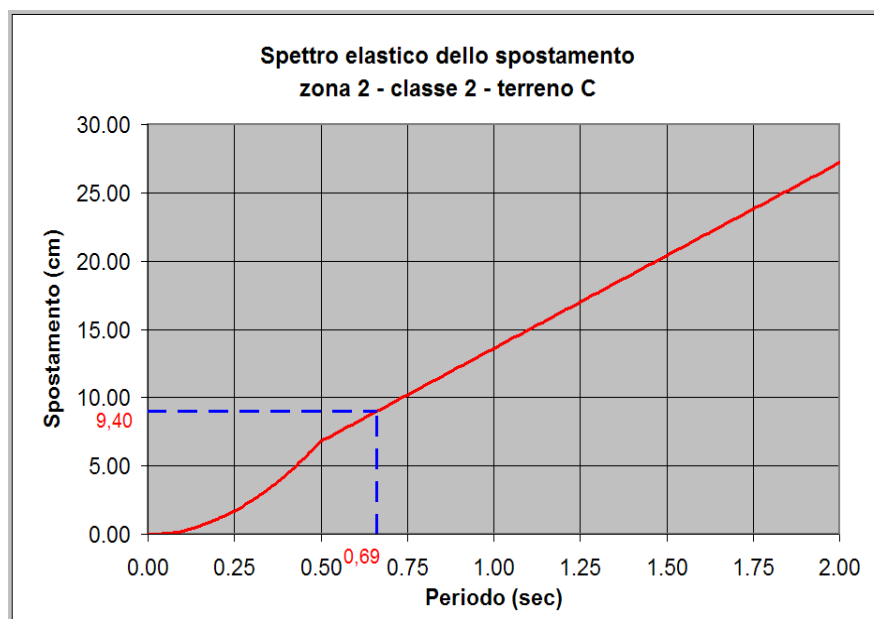


Figura 15.1.3.5

## 16. La valutazione delle risposta non lineare di edifici in c.a.

### 16.1 Metodi semplificati per la valutazione

#### 16.1.1 Premessa

Tradizionalmente il metodo di riferimento per la valutazione della risposta strutturale è in generale l'analisi dinamica lineare con spettro di risposta assegnato. Sebbene tale approccio sia affetto da un





sensibile grado di approssimazione oltremodo accentuato quando la valutazione viene spinta fino agli stati post-elastici, le analisi dinamiche non lineari (analisi al passo) sono di solito evitate perché l'affidabilità dei risultati è fortemente condizionata dall'incertezza dei dati di input (modelli isteretici per gli elementi strutturali, utilizzo di accelerogrammi significativi, ecc..).

Con la nuova normativa sismica è tuttavia aumentata l'esigenza di prevedere il comportamento dell'edificio in campo non lineare sotto terremoti di forte intensità, per cui sono state formulate e messe a punto delle procedure semplificate per condurre analisi non lineari in ambito statico (*Nonlinear Static Procedures-NSP*). Tali procedure possono costituire un valido strumento sia per valutare con una certa rapidità le caratteristiche globali della struttura in campo plastico, sia per trovare una correlazione tra gli stati di danno e l'intensità sismica. In tale ambito i metodi approssimati possono svolgere un ruolo fondamentale, specie quando i codici sismici richiedono di collegare in modo esplicito i differenti livelli di rischio con gli obiettivi prestazionali richiesti (*Performance-Based Design - PBD*).

L'ordinanza 3431, allo stato attuale, ha recepito il cosiddetto "Metodo dello Spettro di Capacità (*Capacity Spectrum Method - CSM*) che combinato con il metodo N2 proposto da Fajfar<sup>12</sup> per l'analisi del danno di edifici in c.a. sotto sisma (*Metodo dello Spettro di Capacità Modificato - MCSM*), ha fornito un strumento di indagine abbastanza affidabile.

Le *NSP* sono basate sulla caratterizzazione della risposta strutturale attraverso la curva forza-spostamento ottenuta dall'analisi di push-over, pertanto malgrado la validità del metodo di valutazione *MCSM*, l'affidabilità complessiva è generalmente condizionata dall'attendibilità dell'analisi statica non lineare tramite la quale viene generata la curva di capacità, pertanto è necessariamente subordinata alle incertezze tipiche del push-over.

Nei successivi capitoli si cercherà di chiarire nel dettaglio tutti gli aspetti ora elencati.

### 16.1.2 Il metodo dello spettro di capacità *CSM (Freeman)*<sup>13</sup>

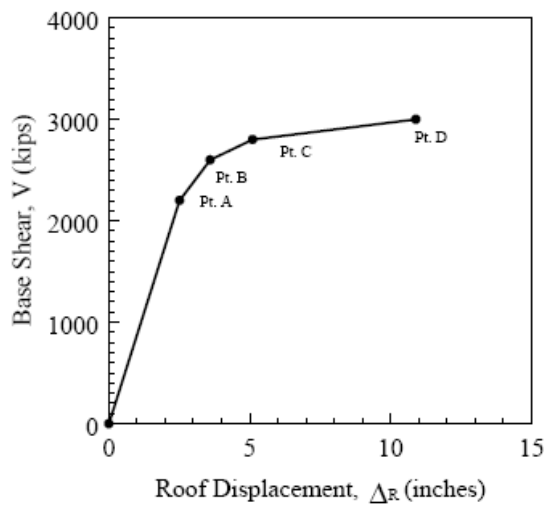
Il Metodo dello Spettro di Capacità (*CSM*) confronta la capacità della struttura di resistere a forzanti laterali con la corrispondente domanda derivante dal terremoto di progetto (rappresentato da uno spettro di risposta), mediante una opportuna rappresentazione grafica che possa permettere una valutazione visiva di come la struttura si comporterà qualora fosse sottoposta ad un evento sismico.

Il metodo è facilmente comprensibile e generalmente coerente con altri metodi che considerano il comportamento non lineare di strutture soggette a spostamenti derivanti dal terremoto.

La capacità è rappresentata da un diagramma Taglio alla Base-Spostamento che tiene conto del sequenziale degrado in termini di rigidità degli elementi strutturali, man mano che la struttura si allontana sempre più dai propri limiti elastico-lineari; comunemente questa procedura è associata ad una curva di push-over.

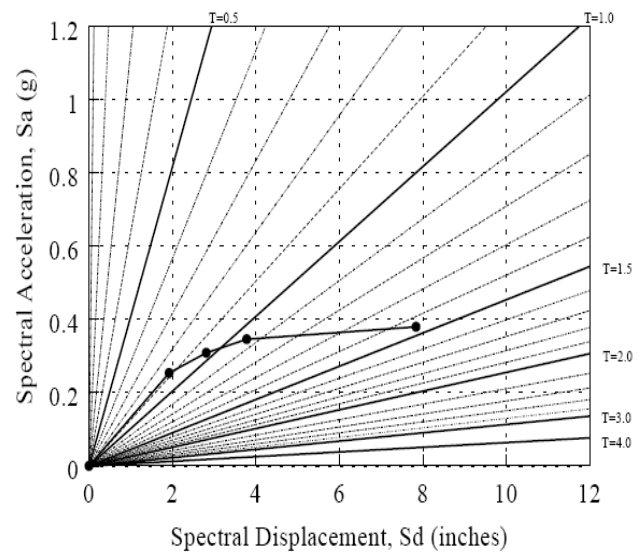
<sup>12</sup> P. FAJFAR: "Capacity Spectrum Method based on Inelastic Demand Spectra", Earth. Eng. And Struct. Dyn.,28,979-993,1999

<sup>13</sup> S.A.Freeman: "The Capacity Spectrum Method as a Tool for Seismic Design"



Capacity curve (note:  $V:1000 = 4.5 \text{ MN}$ .  $\Delta_R : 10 = 25 \text{ cm}$ )

**Figura 16.1.2.1**



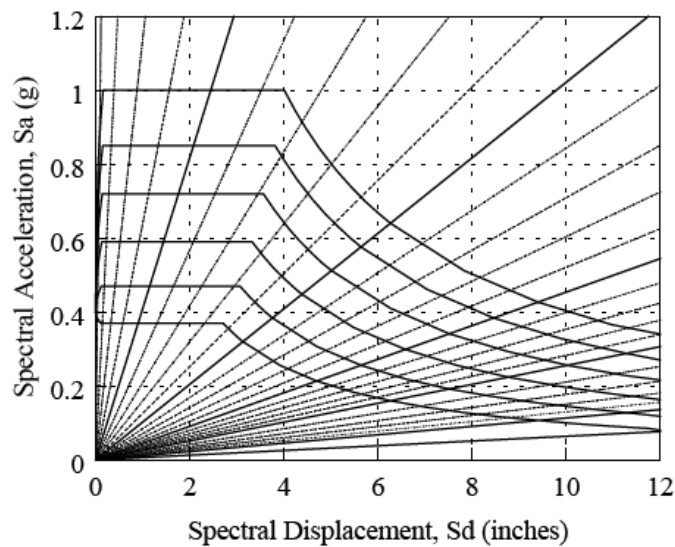
Capacity spectrum (points on curve correspond to points A through D in Figure 1). Note:  $S_1$  is in units of gravity.  $\Delta_R : 10 = 4.5 \text{ MN}$ .

**Figura 16.1.2.2**

Qualunque sia la distribuzione delle forzanti laterali, il diagramma Forza-Spostamento viene calcolato in termini di spostamento laterale di piano ( $\Delta_R$ ) e di taglio alla base della struttura ( $V$ ) – Figura 16.1.2.1. Affinché sia direttamente comparabile con la domanda derivante dallo spettro di risposta, la curva  $\Delta_R$ - $V$  viene convertita nella corrispondente curva disegnata su una griglia di coordinate spettrali ( $S_a$ - $S_d$ ), ricavate utilizzando le caratteristiche dinamiche fondamentali del sistema ad 1-GDL rappresentativo della struttura.

Le domande sismiche sono rappresentate da spettri di risposta sempre in termini di accelerazione – spostamento (spettro ADRS); in particolare gli spettri di risposta elastici, assunti al 5% dello smorzamento viscoso equivalente, vengono modificati per tener conto degli effetti della risposta inelastica del sistema mediante la sostituzione del valore base dello smorzamento con un valore superiore dovuto alla risposta isteretica non lineare della struttura.

Quando i valori spettrali sono rappresentati in formato ADRS, le rette uscenti dall'origine degli assi rappresentano i periodi; nella successiva figura 16.1.2.3 è possibile vedere un esempio di quello che a tutti gli effetti diventa un diagramma coordinate tripartite.



Family of demand response spectra in ADRS format for values of damping,  $\beta_{\text{eff}} =$  : 8%, 12%, 18%, 26%, and 40%. Note:  $S_d : 10 = 25$  cm.

**Figura 16.1.2.3**

La procedura può essere riassunta nel modo seguente:

- Calcolo della curva di capacità in termini di spostamento di piano  $\Delta_R$  e Taglio alla base,  $V$ ;
- Calcolo delle caratteristiche modali quali periodi di vibrazione, deformate modali, fattori di partecipazione modale e rapporti di massa modale effettiva;
- Conversione della curva di capacità  $\Delta_R$ - $V$  in una curva di capacità  $S_a$ - $S_d$  mediante l'uso delle caratteristiche dinamiche;
- Determinazione degli spettri di risposta per diversi livelli di smorzamento viscoso equivalente includendo quello al 5%;
- Restituzione in uno stesso grafico dello spettro di capacità e della famiglia di spettri a diverso smorzamento; l'intersezione tra lo spettro di capacità e lo spettro di risposta con appropriato smorzamento, rappresenta la domanda che il terremoto richiede alla struttura.

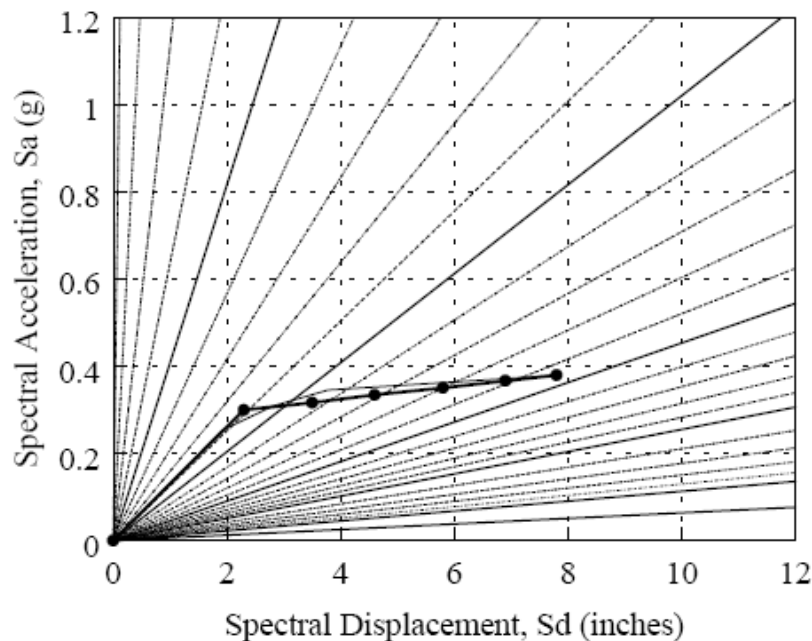
La curva di capacità viene generalmente ottenuta mediante una analisi di push-over; fatto questo, con una procedura semplice ma diversa da quella proposta dall'ordinanza, in base alle caratteristiche dinamiche della struttura si procede alla bilinearizzazione della curva stessa, sempre passando per la conversione ad un sistema equivalente ad 1-GDL.

La generazione della bilineare avviene mediante l'identificazione di un punto di "snervamento" coincidente con il limite elastico e la successiva determinazione di un limite di picco inelastico.

Generalmente si ottiene una rappresentazione come quella visibile nella successiva figura 16.1.2.4.

Identificato con  $\mu=1$  il punto di limite elastico è possibile evidenziare nella curva bilineare diversi altri punti (nella figura sono 6), rappresentativi dei vari step inelastici (in effetti una progressione di duttilità), fino ad arrivare al valore di  $\mu$  finale.

In particolare nella figura sono stati rappresentati  $\mu = 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0$  e  $3.7$  che rappresenta il limite inelastico dell'analisi di push-over.

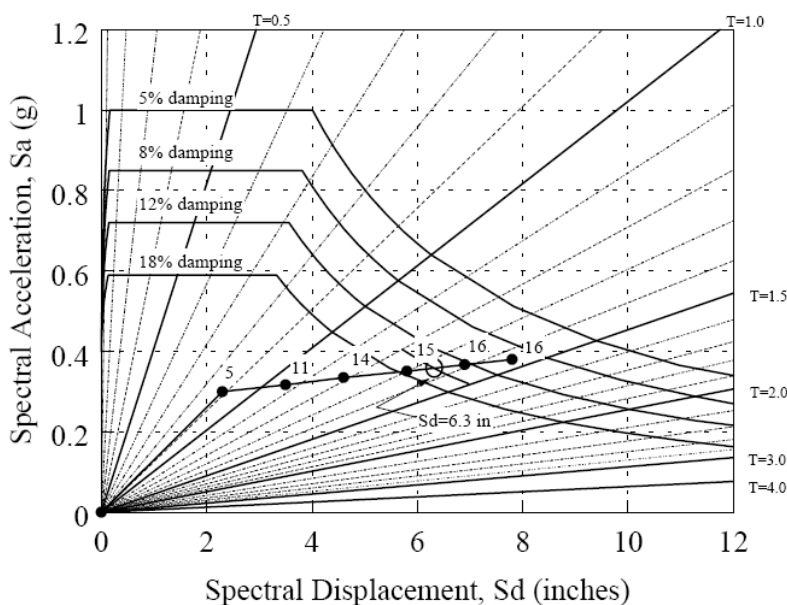


Bilinear idealized Figure 2 capacity spectrum. Note:  $S_d : 10 = 25\text{cm}$ .

Figura 16.1.2.4

Come accennato in precedenza, la curva rappresentativa della domanda viene raffigurata attraverso una serie di spettri di risposta ognuno dei quali è caratterizzato da un diverso livello di smorzamento; generalmente si parte dallo spettro al 5% di smorzamento che rappresenta la domanda nel caso in cui la struttura fornisca una risposta lineare elastica.

Gli spettri di risposta con valori dello smorzamento più alti sono utilizzati per rappresentare lo spettro di risposta inelastico utilizzato per tener in conto della risposta non lineare isteretica della struttura.



CSM graphical solution. Note  $S_d : 10 = 25\text{ cm}$ .

Figura 16.1.2.5

Nella figura a fianco viene rappresentato un grafico in cui assieme allo spettro di capacità, vengono rappresentati gli spettri di risposta con diversi livelli di smorzamento.

La relazione tra la duttilità  $\mu$  e lo smorzamento  $\beta_{\text{eff}}$  dipende dall'inclinazione della curva bilineare e dalla stabilità dei circuiti dei cicli isteretici del sistema strutturale sotto cicli ripetuti di carico (ATC 1996, Newmark & Hall 1982, Priestley et al. 1996, WJE 1996).

Il Metodo dello Spettro di Capacità si pone l'obiettivo di controllare se la curva di capacità si riesce ad estendere oltre lo spettro di domanda, nel qual caso la costruzione può resistere al terremoto di progetto

(in termini globali); in particolare la domanda va valutata mediante uno spettro di risposta dotato di un appropriato smorzamento.

L'intersezione tra la curva di capacità e questo spettro rappresenta la risposta inelastica della struttura.

Per capire meglio il metodo osserviamo sempre la figura 16.1.2.5: nel grafico sono rappresentati degli spettri di risposta dotati di smorzamenti differenti e variabili tra il 5% ed il 18%.

In più si possono leggere sia la curva bilineare, sia le rette uscenti dall'origine coincidenti con diversi periodi strutturali (si noti che in particolare la curva di capacità è praticamente sovrapposta alla retta identificativa del periodo 0,9 sec, per cui questo è il valore di  $T^*$  che abbiamo ricavato nel processo di bilinearizzazione).

Nella rappresentazione grafica è possibile visualizzare il valore di smorzamento equivalente associato a ciascuno step di duttilità (numeretto sopra il punto) e calcolato secondo i criteri riportati nelle ATC<sup>14</sup>; in sostanza il primo punto equivale ad uno smorzamento del 5%, il secondo dell'11% e così via.....)

Si osservi che il limite elastico della curva di capacità (coincidente con il punto 5) non raggiunge la curva al 5% di smorzamento; questo vuol dire che la domanda elastica eccede la corrispondente capacità elastica e la struttura si sposterà in campo post-elastico.

Si osservi inoltre che la capacità inelastica al 4° punto (relativa ad un  $\beta_{eff} = 15\%$ ) è più piccola della corrispondente domanda dovuta allo spettro munito del 15% di smorzamento, determinato mediante interpolazione tra lo spettro al 12% e quello al 18%, mentre la capacità al 5° punto (relativa ad un  $\beta_{eff} = 16\%$ ) è più grande dell'analoga domanda dovuta allo spettro munito del 16% di smorzamento; questo si traduce nel fatto che la risposta sarà collocata in un range compreso tra i punti compresi tra il 15% ed il 16% di smorzamento.

Di fatto la convergenza avviene per un  $\beta_{eff}=15,5\%$  in corrispondenza di uno spostamento pari a 6,3 in = 16 cm.

In altre parole, quando la struttura è soggetta al sisma in esempio, si ha che  $\beta_{eff}=15,5\%$  e  $S_a=0,36g$  (ascissa del punto di convergenza desumibile dal grafico).

Per concludere, il CSM è un metodo speditivo che si può applicare come rapida procedura di valutazione per ottenere una stima approssimativa della vulnerabilità di una vasta serie di costruzioni e per correlare gli stati di danneggiamento progressivi con l'ampiezza del sisma in esame.

### 16.1.3 A Nonlinear Analysis Method for Performance Base Deismic Design (*Peter Fajfar*)<sup>15</sup>

Il CSM rappresenta concettualmente una metodologia semplice ma iterativa e quindi lenta e non sempre convergente (Chopra & Goel 1999). Basandosi sugli stessi concetti, Fajfar ha proposto un metodo di analisi (N2 method) che valuta la domanda inelastica attraverso degli spettri inelastici anziché degli spettri elastici a smorzamento modificato.

In più il metodo non richiede iterazioni e dunque non è soggetto a problemi di convergenza.

Per maggior chiarezza e comprensione del metodo, di fatto indicato nell'ordinanza e nell'eurocodice 8, nel presente documento vengono evidenziate le similarità e le differenze che si riscontrano rispetto al metodo FEMA 273 e ATC 40, utilizzando anche un esempio esplicativo.

#### Introduzione

Gli studi di ricerca sulle nuove metodologie di progettazione e verifica, ha portato negli ultimi anni a rivalutare procedure che potessero incorporare il concetto di performance strutturale, intendendo esplicitamente con esso la possibilità di controllare lo stato di danneggiamento di una struttura sottoposta ad un terremoto di progetto e di poterlo valutare alla luce della prestazione richiesta dal sisma stesso.

<sup>14</sup> "Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings – Vol.1 e Vol.2"

<sup>15</sup> "Earthquake Spectra, Vol.16, No.3, pp.573-592, August 2000"

Questo obiettivo può essere raggiunto solo introducendo metodologie di analisi non lineare, le uniche in grado di fornire importanti informazioni sull'evoluzione del comportamento strutturale in campo post-elastico.

Allo stato attuale, tenendo conto anche delle potenzialità della maggior parte dei software di calcolo, l'approccio più appropriato sembra essere quello legato ad una opportuna combinazione tra l'analisi statica non lineare (push-over) e l'approccio con lo spettro di risposta.

Un'applicazione di questa tecnica di analisi si può ottenere armonizzando il metodo dello spettro di capacità applicato in ATC 40 e la procedura di analisi statica non lineare applicata nelle FEMA 273.

Una più recente procedura presente solo in ATC ed utilizzata come metodo alternativo è quella chiamata "Metodo del Coefficiente di Spostamento" (di cui non si parlerà in questo documento), mentre si tratterà approfonditamente del Metodo N2 che si pone come ulteriore variante procedurale e che è stata messa a punto presso l'Università di Ljubljana.

Generalmente i risultati ottenuti con il metodo sono ragionevolmente accurati, soprattutto se la struttura oscilla prevalentemente secondo il primo modo.

Tra le varie evoluzioni del metodo, l'ultima è stata formulata mediante un format accelerazione-spostamento; questa versione combina i vantaggi della rappresentazione grafica dello spettro di capacità proposto da Freeman con lo spettro di domanda inelastico, valido per lo stato limite in esame.

Gli spettri di risposta inelastici sono determinati dallo spettro di progetto elastico mediante l'utilizzo di opportuni fattori di riduzione tarati in modo da rendere coerenti i due spettri.

In definitiva, il metodo N2 ha introdotto diverse semplificazioni rispetto ai metodi originali di riferimento; questo ha permesso la formulazione di una strategia di analisi "trasparente" e facilmente controllabile, che risulta essere molto pratica per le fasi progettuali e particolarmente idonea per la formulazione di linee guida.

### Descrizione del metodo

A partire dallo spettro in accelerazione valido per lo stato limite in esame, in prima battuta il metodo prevede la determinazione dello spettro inelastico in formato ADSR accelerazione-spostamento.

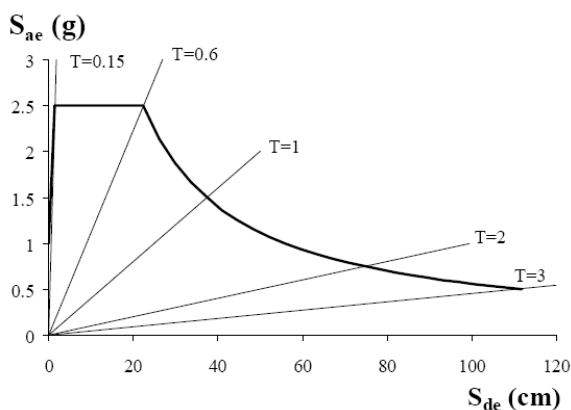


Figura 16.1.3.1

Si può partire ad esempio da uno spettro come quello in figura a fianco, caratterizzato da un 5% di smorzamento, normalizzato al picco di accelerazione al suolo pari ad 1g.

Le rette uscenti dall'origine sono rappresentative dei periodi strutturali per cui il grafico che vediamo raffigurato è di fatto tripartito.

Per poter confrontare la curva di capacità bilinearizzata con uno spettro coerente, dobbiamo necessariamente ricavare da quello elastico uno spettro inelastico.

Lo spettro inelastico si ricava attraverso le seguenti formule (Vidic et. Al. 1994):

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_\mu} \quad [1]$$

$$S_d = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de} = \frac{\mu}{R_\mu} \cdot \frac{T^2}{4\pi^2} S_{ae} = \mu \frac{T^2}{4\pi^2} S_a \quad [2]$$

dove  $\mu$  ha lo stesso significato del termine di duttilità visto nel metodo di Freeman con lo specifico riferimento però al valore limite finale (significativo del punto terminale della curva bilineare), mentre  $R_\mu$  è il fattore di riduzione dovuto alla duttilità o meglio alla capacità di dissipazione di energia isteretica della struttura.

Tra le diverse proposte fatte per identificare  $R_\mu$  risulta particolarmente valida quella presentata da Miranda e Bertero (1994) che, nell'ambito del metodo N2 in cui si fa riferimento a spettri bilineari, assume i seguenti valori:

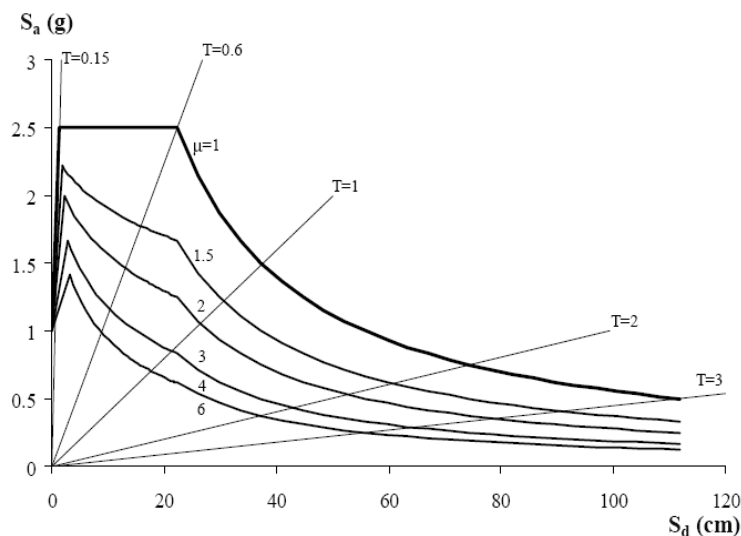
$$R_\mu = (\mu - 1) \frac{T}{T_c} + 1 \quad T < T_c \quad [3]$$

$$R_\mu = \mu \quad T \geq T_c \quad [4]$$

dove  $T_c$  è leggibile nelle tabelle di normativa da utilizzarsi per la costruzione dello spettro elastico di riferimento.

$T_c$  definisce tipicamente il periodo di transizione dove il segmento orizzontale spettrale in cui l'accelerazione è costante (plateaux compreso nell'intervallo dei brevi periodi) passa al tratto a velocità costante (intervallo superiore corrispondente all'intervallo dei medi periodi).

Le formule [2] e [4] suggeriscono che nel range dei medi e lunghi periodi si può applicare la regola dell'uguale spostamento, per cui lo spostamento del sistema inelastico coincide con lo spostamento del corrispondente sistema elastico di pari periodo.



Demand spectra for constant ductilities in AD format normalized to 1.0 g peak ground acceleration.

**Figura 16.1.3.2**

L'utilizzo degli spettri inelastici deve essere preceduto dalla determinazione della curva di capacità secondo la procedura già analizzata nei capitoli precedenti e finalizzata all'ottenimento della bilineare equivalente.

Si noti che il fattore di partecipazione  $\Gamma$  che viene utilizzato dalla norma è formalmente identico, ma non uguale in valore, al termine  $PF_1$  noto a chi usa il CSM di Freeman (come nell'ATC 40) ed a  $C_0$  utilizzato nel Metodo del Coefficiente di Spostamento utilizzato nelle FEMA 273<sup>16</sup>.

<sup>16</sup> Per maggiori informazioni si faccia riferimento alle stesse norme americane.

La procedura grafica usata nel metodo N2 richiede che la rigidità post-elastica della curva bilineare sia uguale a zero

Ciò si traduce nella scelta di determinare una curva bilineare forza-spostamento a comportamento elastico – perfettamente plastico; questa caratteristica è dovuta al fatto che il fattore di riduzione  $R_\mu$  rappresenta per definizione il rapporto tra la forza elastica richiesta e la forza di snervamento.

L'eventuale influenza di un moderato comportamento incrudente viene compresa nello spettro di domanda, tuttavia va messo bene in evidenza che esso non pesa in modo significativo sulla domanda in spostamento e che comunque gli spettri proposti per la valutazione della domanda sono applicabili per sistemi a zero o leggero comportamento post elastico incrudente<sup>17</sup>.

La domanda sismica per un sistema SDOF equivalente può essere determinata usando la procedura grafica illustrata in figura 16.1.3.3, valida per valori del periodo  $T^*$  del sistema equivalente maggiori di  $T_C$ <sup>18</sup>.

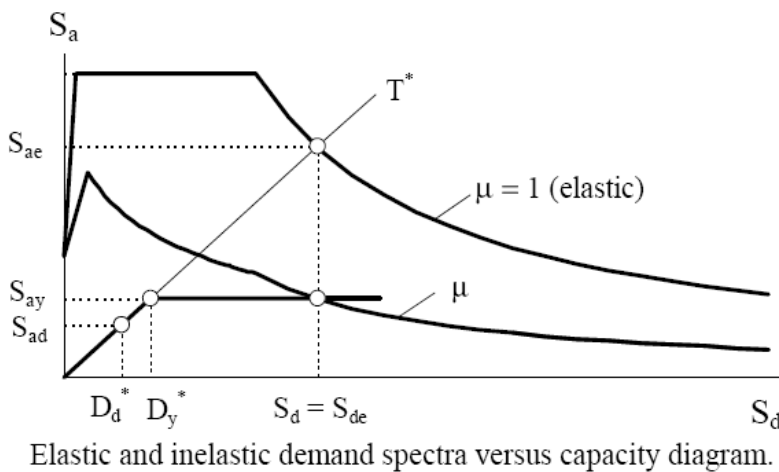


Figura 16.1.3.3

La rappresentazione prevede la contemporanea presenza dello spettro di domanda e della curva di capacità bilinearizzata.

L'intersezione della linea retta uscente dall'origine e corrispondente al periodo  $T^*$  equivalente e lo spettro elastico  $S_{ae}$  definisce la domanda in accelerazione (Forza) richiesta nel caso di comportamento perfettamente elastico e la corrispondente domanda elastica in spostamento.

L'accelerazione di snervamento  $S_{ay}$  rappresenta sia la domanda che la capacità del sistema inelastico;  $R_\mu$  può essere determinato come rapporto tra l'accelerazione elastica e quella inelastica:

$$R_\mu = \frac{S_{ae}(T^*)}{S_{ay}}$$

Non si confonda  $R_\mu$ , che nell'ordinanza in termini di forze al p.to 4.5.4.3 è chiamato  $q^*$ , con il termine di fattore di struttura  $q$  usato nei codici sismici nazionali; quest'ultimo tiene infatti conto sia delle energie di dissipazione che delle cosiddette sovraresistenze.

Come già accennato in precedenza se il periodo elastico  $T^*$  è superiore o uguale a  $T_C$  la domanda di spostamento inelastico  $S_d$  è uguale alla domanda di spostamento elastico  $S_{de}$ .

Dai triangoli sagomati in figura 16.1.3.3 si capisce che la domanda in duttilità, definita come  $\mu = \frac{S_d}{D_y^*}$  è uguale a  $R_\mu$

$$S_d = S_{de}(T^*) \quad T^* \geq T_C$$

<sup>17</sup> Di fatto questa è una delle diverse semplificazioni insite nel metodo N2, sulle quali si dirà qualcosa nel seguito.

<sup>18</sup> Più avanti si tratteranno i casi alternativi.



$$\mu = R_\mu$$

Nel caso in cui invece il periodo elastico è più piccolo di  $T_C$ , la domanda in duttilità può essere calcolata mediante l'equazione [3] riarrangiata:

$$\mu = \left(R_\mu - 1\right) \frac{T_C}{T^*} + 1 \quad T^* < T_C$$

La domanda in spostamento può essere ora determinata sia dalla definizione di duttilità che dall'equazione [2]

$$S_d = \mu D_y^* = \frac{S_{de}}{R_\mu} \left( 1 + \left(R_\mu - 1\right) \cdot \frac{T_C}{T^*} \right) \quad [5]$$

In entrambi i casi ( $T^* < T_C$  e  $T^* \geq T_C$ ) la domanda inelastica in termini di accelerazione e spostamento corrisponde al punto di intersezione del diagramma di capacità con lo spettro di domanda relativo alla richiesta di duttilità  $\mu$ , cioè lo spettro inelastico.

Si noti infine che tutta la procedura può essere eseguita senza la visualizzazione del grafico relativo allo spettro inelastico, tuttavia la sua rappresentazione permette di capire meglio le relazioni che intercorrono tra i parametri in gioco.

Attraverso questa analisi è possibile valutare la capacità globale della struttura confrontando lo spostamento di domanda con quello di capacità. A partire da questa performance globale si deve poi verificare la struttura in termini locali (drift di piano, rotazioni nodali, ecc.); la trattazione di questo argomento sarà approfondita nel seguito.

### I limiti del metodo

Si riportano ora alcune brevi considerazioni sui limiti di applicabilità del metodo, così come sono riportate dallo stesso autore.

I limiti del metodo N2 sono strettamente connessi ai limiti di applicabilità degli strumenti utilizzati per la verifica, nello specifico l'analisi di push-over e lo spettro inelastico.

Si è già parlato diffusamente dei criteri di affidabilità dell'analisi statica non lineare per cui su di essi non si ritorna.

Per quello che riguarda la costruzione dello spettro inelastico l'autore ammette un grado di incertezza minimo, quindi accettabile, riguardo la determinazione di  $R_\mu$ , sottolineando che la dispersione del valore ad esso associato dipende soprattutto dall'eventuale incremento o decremento di rigidità post-elastica, cioè all'eventuale inclinazione verso l'alto o verso il basso del tratto perfettamente plastico della curva bilineare.

La regola dell'uguaglianza dello spostamento fornisce i migliori risultati per strutture su suolo rigido, con periodo fondamentale compreso nel range dei medio-lunghi periodi e con un comportamento isteretico piuttosto stabile.

Valori sottostimati di spostamento inelastico vengono infatti determinati nel caso di terremoti vicino faglia e di comportamenti isteretici soggetti a fenomeni di pinching od a significative cadute di resistenza. Inoltre nel caso di terreni soffici dovrebbero essere utilizzati degli spettri inelastici modificati.

Nel campo dei brevi periodi ( $T < T_C$ ) la sensibilità degli spostamenti inelastici al variare dei parametri strutturali è più importante che nel caso dei medio-lunghi periodi, perciò la stima dello spostamento inelastico è meno accurata. Tuttavia, i valori assoluti degli spostamenti nei brevi periodi sono piccoli, per cui essi in genere non controllano il progetto che risulta vincolato invece più alle resistenze degli elementi strutturali.

Quella descritta rappresenta l'elaborazione più semplice del metodo che è tuttora soggetto a studi e modifiche per renderlo più affine a strutture irregolari; ad esempio si sta valutando l'utilizzo di spettri elastici, piuttosto che di quelli inelastici, che tengano conto meglio del comportamento isteretico mediante l'utilizzo di specifiche time-history in accelerazione, ma si tratta di argomenti di ricerca che esulano dal nostro lavoro.

### Semplice esempio pratico

Come esempio viene analizzata la risposta di un piccolo edificio in cemento armato di quattro piani la cui struttura è stata riprodotta e testata dinamicamente su scala reale presso l'European Laboratory for Structural assessment (ELSA) di Ispra (Italia); il test è servito per validare matematicamente il modello di analisi.

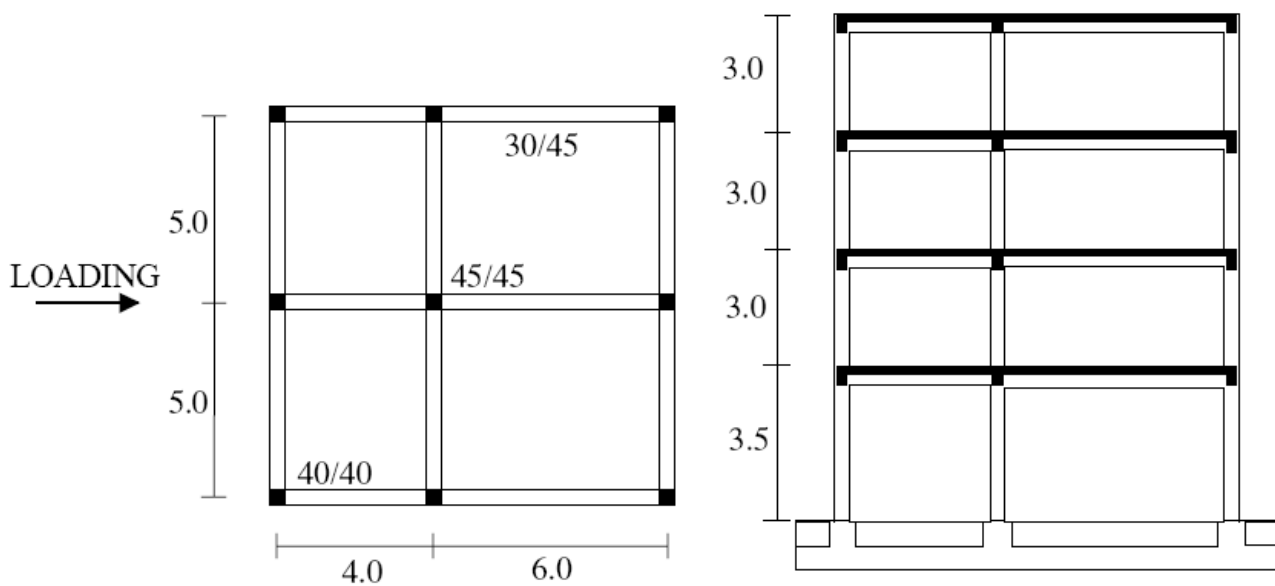


Figura 16.1.3.4 – La struttura esaminata

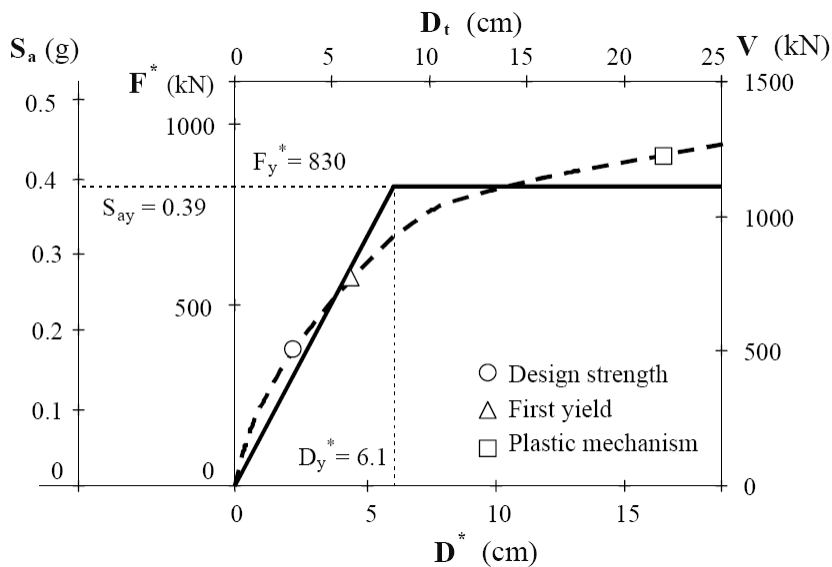
L'edificio è stato progettato in accordo con le indicazioni dell'Eurocodice 8 (CEN 1994), come struttura ad alta duttilità per un picco di accelerazione al suolo pari 0,3g.

La struttura è caratterizzata dai seguenti parametri:

- Massa piano 1 = 87 tonnellate
- Massa piano 2 = 86 tonnellate
- Massa piano 3 = 86 tonnellate
- Massa piano 4 = 83 tonnellate

L'analisi è stata ripetuta per tre diversi livelli di accelerazione con la specifica intenzione di evidenziare i differenti obiettivi di performance; a tal fine il terremoto è stato definito attraverso degli spettri di risposta in accelerazione elastici caratterizzati da una accelerazione di picco al suolo pari a 0,6g, 0,3g (il valore di progetto), e 0,15g rispettivamente.

La distribuzione laterale delle forze viene calcolata a partire dalla deformata modale relativa al primo modo di vibrare, normalizzata rispetto allo spostamento massimo in sommità, ed assume dunque un andamento triangolare; l'analisi è stata effettuata mediante il programma DRAIN-2DX tramite il quale è stato possibile ricavare la relazione Taglio alla Base – Spostamento visibile nella figura 16.1.3.5



Il sistema MDOF è stato trasformato nell'equivalente SDOF tramite la nota procedura prevista anche nell'ordinanza.

La massa equivalente  $m^* = 217$  tonnellate ed il fattore di partecipazione  $\Gamma = 1.34$ .

La figura a fianco è leggibile sia in termini di  $V-D_t$  del sistema MDOF, sia in termini  $F^*-D^*$  del sistema equivalente SDOF.

Si noti la differente scala tra gli assi relativi all'MDOF ed all'SDOF, relazionati comunque tra loro da un fattore di scala pari proprio a  $\Gamma$ .

Figura 16.1.3.5 – Curva di push-over e corrispondente curva di capacità

La bilinearizzazione della curva di capacità mostra che lo spostamento corrispondente al limite elastico è pari a  $D_y^* = 6,1$  cm, e la forza corrispondente a tale limite è  $F_y^* = 830$  KN.

Il corrispondente periodo elastico  $T^* = 0,79$  sec.

L'accelerazione in corrispondenza della quale si è giunti al limite elastico si ricava attraverso la seguente formula:

$$S_{ay} = \frac{F_y^*}{m^*} = \frac{830}{217} = 3,82 m/s^2 = 0,39 g$$

Il diagramma di capacità e gli spettri di domanda sono relazionati nel modo rappresentato in figura 16.1.3.6, dove sono presenti anche gli spettri inelastici determinati seguendo la procedura prima esaminata.



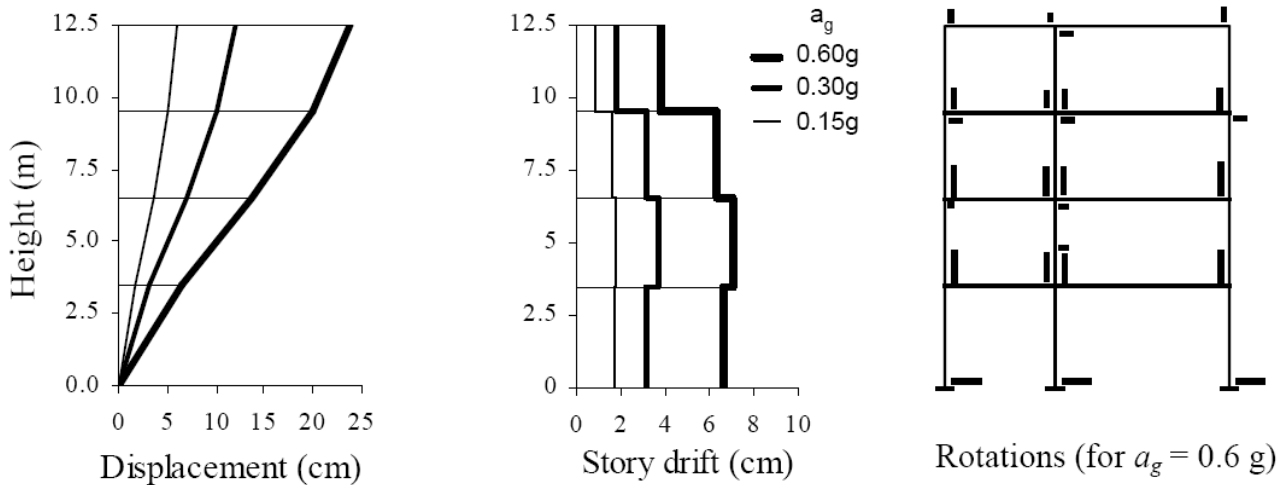


Figura 16.1.3.7 –Spostamenti, story drift e rotazioni di estremità

Il caso in cui  $T^* < T_c$

Si riporta in maniera schematica l'applicazione del metodo N2 al caso in cui il periodo del sistema equivalente  $T^*$  è minore del periodo di riferimento  $T_c$ .

- a) Sia data la struttura a fianco;
- b) Sia dato lo spettro elastico in accelerazione  $S_{ae}$ ;
- c) Si determini lo spettro elastico in AD format:

$$S_{de} = \frac{T^2}{4\pi^2} S_{ae}$$

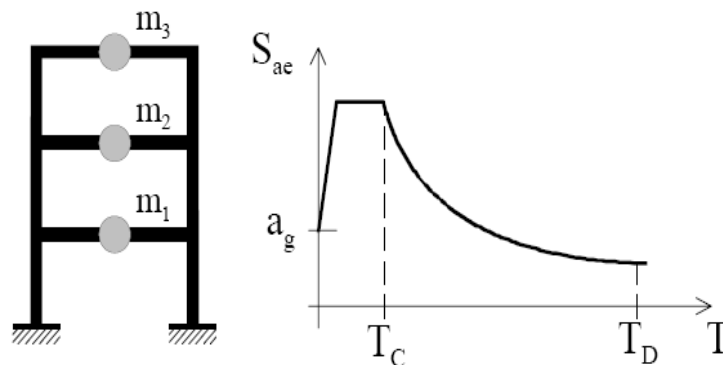


Figura 16.1.3.8

- d) Si determini lo spettro inelastico secondo le costanti di duttilità;

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_\mu}, S_d = \frac{\mu}{R_\mu} S_{de}$$

$$R_\mu = (\mu - 1) \frac{T}{T_c} + 1 \quad T < T_c$$

$$R_\mu = \mu \quad T \geq T_c$$

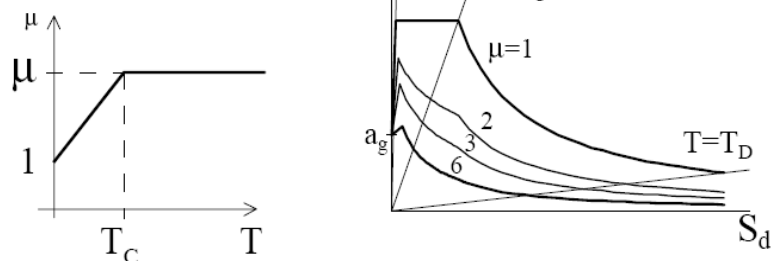


Figura 16.1.3.9

e) Si assuma una deformata in spostamento  $\{\Phi\}$ ;

f) Si determini la distribuzione verticale di forze laterali

$$\{P\} = [M]\{\Phi\}, \quad P_i = m_i \Phi_i$$

g) Si determini la relazione taglio alla base (V) – spostamento ( $D_t$ )

h) Si determini la massa  $m^*$   
 $m^* = \sum m_i \Phi_i^2$ ;

i) Si trasformi le quantità MDOF (Q) nelle rispettive SDOF ( $Q^*$ )

$$Q^* = \frac{Q}{\Gamma}, \quad \Gamma = \frac{m^*}{\sum m_i \Phi_i^2}$$

j) Si determini la curva bilineare;

k) Si determini la forza  $F_y^*$ , lo spostamento  $D_y^*$ , ed il periodo  $T^*$

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^* D_y^*}{F_y^*}}$$

l) Si determini il diagramma di capacità (accelerazione su spostamento);

$$S_a = \frac{F^*}{m^*}$$

m) Si determini il fattore di riduzione  $R_\mu$ ;

$$R_\mu = \frac{S_{ae}}{S_{ay}}$$

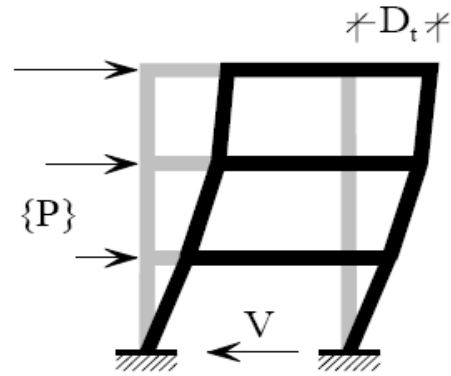


Figura 16.1.3.10

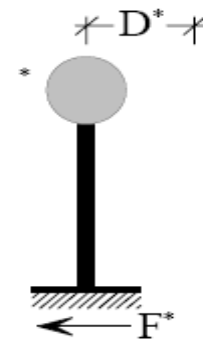


Figura 16.1.3.11

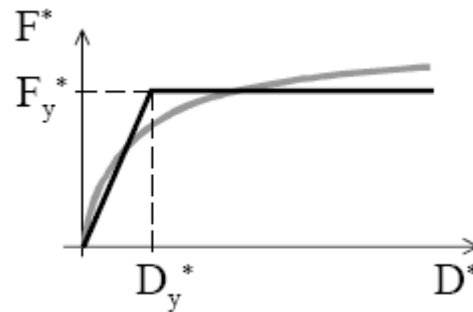


Figura 16.1.3.12

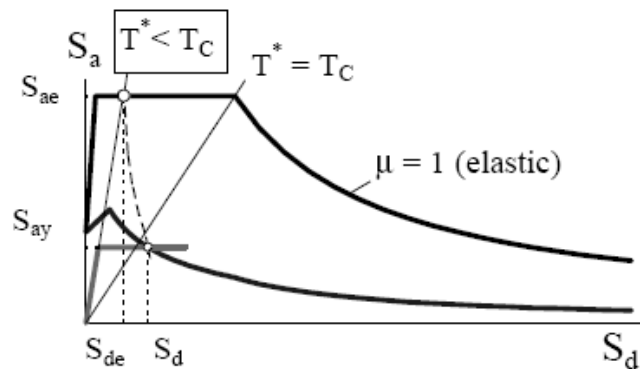


Figura 16.1.3.13

n) Si determini la domanda in spostamento  $S_d = D^*$ ;

$$S_d = \frac{S_{de}}{R_\mu} \left( 1 + (R_\mu - 1) \frac{T_C}{T^*} \right) \quad T^* < T_C$$

$$S_d = S_{de} \quad T^* \geq T_C$$

o) Si trasformi la domanda in spost. per il sistema SDOF in quella del modello MDOF:

$$D_t = \Gamma \cdot S_d$$

p) Valutazione dell'analisi di pushover del sistema MDOF bloccato al livello di spostamento  $D_t$

q) Si determinino le quantità di verifica locali quali story drift, rotazioni, in corrispondenza proprio di  $D_t$

r) Si paragonino le domande locali e globali con le capacità degli elementi relative allo stato limite in esame.

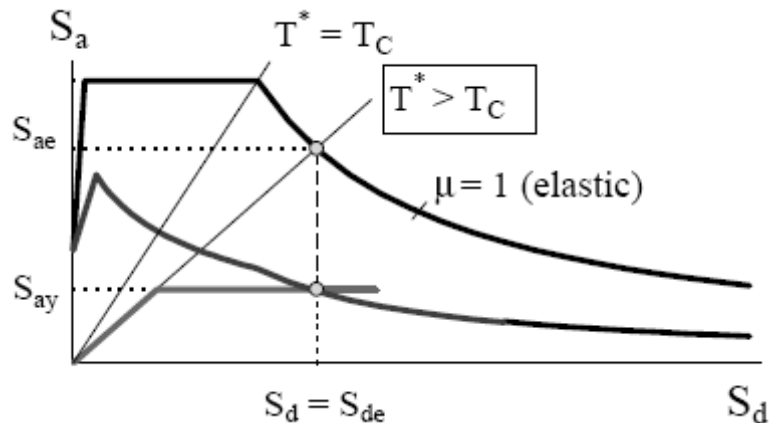


Figura 16.1.3.14

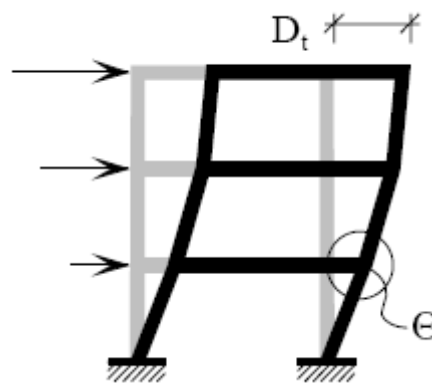


Figura 16.1.3.15

### Cenni sul confronto tra metodo N2, FEMA 273, ATC 40

Si vogliono dare in conclusione alcuni brevi cenni di confronto, condotti dallo stesso Fajfar, con i metodi di analisi statica non lineare così come sono previsti dalle FEMA 273 e dall'ATC 40, i quali mettono in rilievo come la procedura N2 dia risultati molto simili a quelli ricavabili dalle FEMA 273.

La principale differenza tra il metodo N2 ed il metodo dello spettro di capacità consiste nella determinazione dello spettro di domanda.

#### - Analisi Pushover

Nelle FEMA 273 e nell'ATC 40 vengono proposte diverse configurazioni di carico laterale mentre nel metodo N2, applicato rigorosamente, la distribuzione delle forze laterali avviene attraverso la normalizzazione della deformata modale di riferimento.

Tuttavia il metodo N2 può essere applicato anche considerando altre configurazioni di forze, purchè queste siano appropriate, incluse quelle previste dalle due norme americane.

#### - Trasformazione dal sistema MDOF al sistema SDOF

Nelle FEMA 273 la trasformazione delle forze e degli spostamenti viene fatta attraverso il coefficiente  $C_0$ , che rappresenta il fattore di partecipazione calcolato usando una deformata vettoriale, per cui esso rappresenta l'analogo del coefficiente  $\Gamma$  utilizzato dal metodo N2; di conseguenza se viene assunta la stessa deformata in spostamento, il fattore di partecipazione sarà lo stesso sia che utilizzi le FEMA sia che utilizzi il metodo N2.



Nell'ATC 40 il fattore di trasformazione per gli spostamenti coincide col fattore di partecipazione relativo al primo modo di vibrare ( $PF_1$ ), per cui esso rappresenta un caso particolare del valore di  $C_0$  o di  $\Gamma$  dove, in aggiunta alla deformata elastica del primo modo possono essere utilizzate altre configurazioni.

Nel Metodo dello Spettro di Capacità inoltre le forze del sistema MDOF vengono direttamente convertite in accelerazione del sistema SDOF attraverso l'utilizzo del coefficiente  $\alpha_1$ , mentre nel metodo N2 la variazione avviene in due fasi, attraverso l'utilizzo del fattore di trasformazione  $m^*\Gamma$ , che assume lo stesso valore di  $\alpha_1$  qualora si assuma la deformata elastica del primo modo di vibrare come deformata di spostamento; dunque anche in questo caso la trasformazione ATC 40 rappresenta un caso particolare del metodo N2.

Si noti comunque che nel metodo N2 la deformata in spostamento utilizzata per la determinazione del coefficiente di trasformazione  $\Gamma$ , controlla anche la distribuzione laterale delle forze per cui non servono ulteriori approssimazioni che invece ricorrono sia nelle FEMA 273 che nell' ATC 40 dove la distribuzione laterale di forze non è direttamente relazionata alla deformata in spostamento.

- Bilinearizzazione della curva di pushover

Nelle FEMA 273 vengono riportate le linee guida per ricavarsi la curva bilineare; esse non si discostano da quelle previste nel metodo N2 nella fase iniziale, ma divergono quando le norme americane prevedono un comportamento incrudente del ramo plastico della curva; si tenga però presente che, soprattutto se la tendenza all'incrudimento è positiva cioè il ramo plastico inclina verso l'alto, non si hanno conseguenze apprezzabili per l'analisi per cui i metodi sono di fatto paragonabili. Nell'ATC 40 non è invece prevista nessuna idealizzazione della curva di pushover.

- Determinazione della domanda in spostamento (spostamento di target)

Nelle FEMA 273 la domanda di spostamento inelastica viene determinata dalla domanda di spostamento elastica attraverso quattro fattori di modificazione: il fattore  $C_0$ , utilizzato per primo, permette la trasformazione dal sistema MDOF a quello SDOF e precede la definizione del fattore  $C_1$ . Questo fattore tiene in conto la differente domanda in spostamento che si ha qualora la risposta del sistema sia non lineare; esso ha lo stesso effetto del fattore di riduzione  $R_\mu$  del metodo N2.

Si tenga inoltre presente che la formula  $S_d = \mu D_y^* = \frac{S_{de}}{R_\mu} \left( 1 + (R_\mu - 1) \cdot \frac{T_c}{T^*} \right)$  è esattamente la stessa che

viene utilizzata nelle FEMA 273, valida per i brevi periodi, tuttavia la stessa norma americana prevede che  $C_1$  assuma come valore massimo 1,5.

Nelle FEMA 273 sono comunque considerati altri due fattori modificatori  $C_2$  e  $C_3$ , di cui il primo tiene conto del fatto che il ciclo di isteresi può essere caratterizzato da un fenomeno di pinching non trascurabile, il secondo prevede che il ramo plastico della curva abbia una inclinazione verso il basso. Nel metodo N2 questi effetti sono trascurati, tuttavia se ne potrebbe tener conto amplificando nel primo caso la domanda sismica in spostamento mediante un opportuno fattore moltiplicativo e nel secondo caso dividendo il fattore di riduzione per un opportuno fattore di modifica.

Nell'ATC 40 la domanda sismica da utilizzare nel metodo dello spettro di capacità è formalmente diversa da quella utilizzata nelle FEMA 273 e nel metodo N2; essa viene determinata attraverso l'utilizzo di uno spettro elastico opportunamente modificato mediante l'introduzione di uno smorzamento equivalente e del relativo periodo equivalente che tiene conto che tiene conto del comportamento inelastico della struttura.



Per concludere si può affermare che il metodo N2 fornisce gli stessi risultati della procedura prevista dalle FEMA 273, pur essendoci delle differenze sulla visualizzazione del metodo di confronto, se la configurazione della deformata in spostamento e la distribuzione delle forze laterali è la stessa.

L'ATC 40, pur rendendo paragonabile con le due norme sopra citate la procedura di trasformazione di un sistema MDOF al sistema SDOF equivalente, limita la scelta della deformata in spostamento a quella riferibile al solo primo modo elastico di vibrare, per cui solo sotto queste ipotesi i tre metodi forniscono risultati paragonabili.

In ultimo nel metodo N2 la deformata in spostamento assunta per l'analisi e la distribuzione delle forze laterali sono strettamente relazionate tra loro, eliminando così una approssimazione presente nelle FEMA 273 e nell'ATC 40.

## 17. La valutazione delle risposta non lineare della scuola Silvio Pellico.

### 17.1 La risposta non lineare in termini globali della struttura

La valutazione della risposta non lineare globale della scuola di Camerano è stata condotta applicando il "Metodo N2" precedentemente descritto.

Delle tre analisi di push-over descritte e commentate nel capitolo 14, si è presa in considerazione solo la prima (quella in cui tutti gli elementi sono stati modellati con cerniere flessionali di estremità); tale scelta è motivata soprattutto dal fatto che la maggior parte dei software di calcolo permettono solo questo tipo di modellazione, lasciando a programmi più sofisticati e di minor diffusione la possibilità di inserire altri tipi di non linearità.

Nel capitolo 15 abbiamo analizzato le curve di push-over "uscite" dal programma di calcolo sia nel caso di push-mass +X che di push-mode +X, ed abbiamo costruito le curve bi-lineari equivalenti seguendo la procedura prevista dall'ordinanza 3431; per convenienza di lettura si riportano i grafici appena citati.

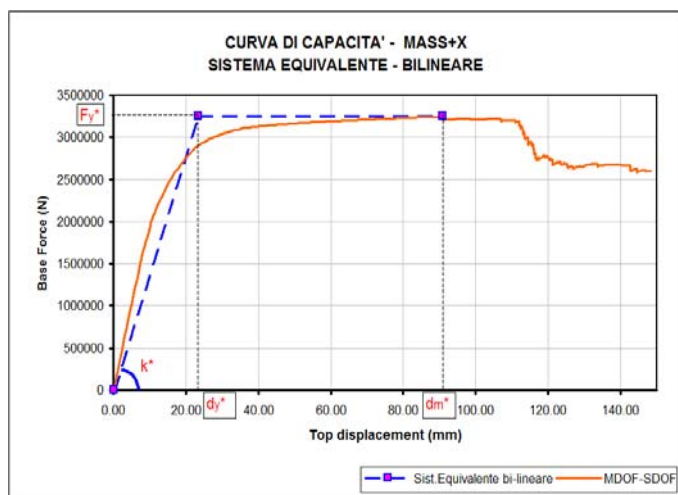


Figura 17.1.1

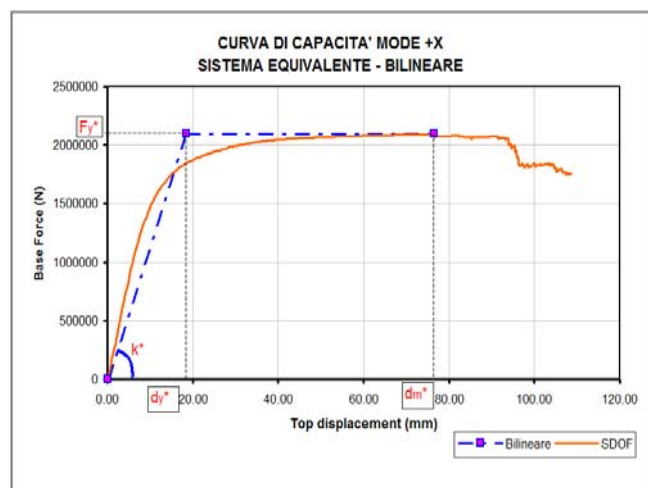


Figura 17.1.2

La curva bi-lineare ottenuta costituisce una sorta di performance globale, cioè rappresenta sostanzialmente, sotto le ipotesi di partenza, il comportamento complessivo dell'edificio sottoposto ad una serie di forzanti laterali crescenti il cui profilo è strettamente legato alle caratteristiche dinamiche strutturali nonché alla distribuzione delle masse inerziali.

Il grafico ottenuto, in termini di taglio alla base-spostamento, evidenzia dunque una caratteristica intrinseca dell'edificio che deve essere commisurata con la domanda derivante dagli spettri elastici validi per lo stato limite in esame; sarà pertanto necessario eseguire tre confronti uno valido per lo SLDL, uno per lo SLDS, ed infine uno per lo SLCO.

A rigore le curve di push-over che si debbono ricavare dall'analisi sono 24 (al lordo delle configurazioni che prevedono le eccentricità effettive) tuttavia, per ragioni di pubblicazione, verranno esaminate nel dettaglio solo i due casi in figura che rappresentano di fatto un push over lanciato lungo la direzione X positiva, con profilo di forze una volta legato alla distribuzione delle masse, l'altra alla combinazione modale SRSS computando inoltre una eccentricità accidentale pari a +5%.

### 17.1.1 La valutazione della risposta non lineare al Danno Limitato (MASS +X)

Conformemente ai criteri applicativi del metodo di Fajfar, il confronto tra la curva bilineare di riferimento e lo spettro elastico di domanda deve essere condotto su un diagramma ADRS, cioè caratterizzato da un sistema di coordinate in accelerazione-spostamento.

Per far ciò è necessario cambiare le ordinate al grafico di figura 17.1.1 semplicemente dividendo i valori di  $F^*$  per il valore di  $m^*$ ; quello che si otterrà è rappresentato dalla seguente figura:

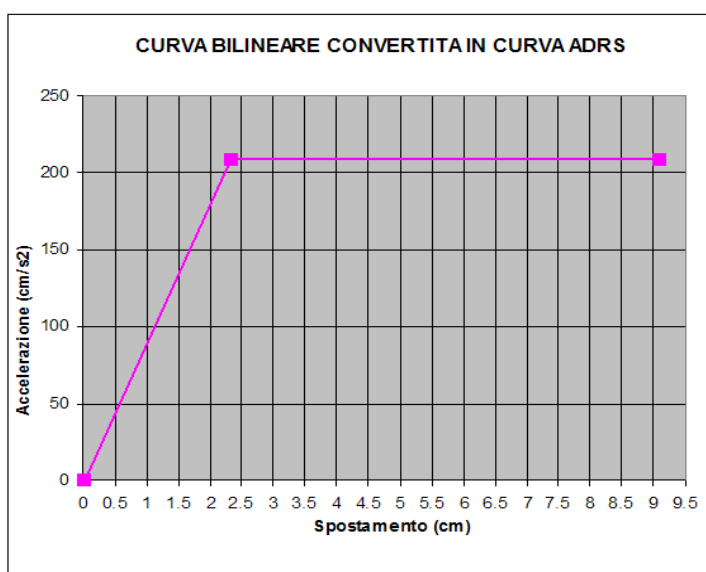


Figura 17.1.1.1

Per convenienza riportiamo i parametri della curva bilineare così come calcolati nel capitolo 15:

$$F_y^* = F_{\max}^* = 3.247.102N ;$$

$$d_m^* = d^*(F_{\max}^*) = 91mm ;$$

$$d_y^* = 23mm ;$$

$$k^* = 138.632 N / mm$$

$$m^* = 1.560 Ns^2 / mm$$

$$T^* = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{1.560}{138.632}} = 0,666s$$

Dividendo la forza per la massa  $m^*$  e riportando il tutto alle stesse unità di misura, si ottiene che:

$$S_{ay} = 208cm / s^2$$

Analogamente lo spettro elastico di domanda deve essere ricondotto ad un medesimo sistema di coordinate per cui, a partire dai valori di  $S_{a,e}(T)$  ricavabili dalle formule di normativa si passa ai

corrispondenti valori di  $S_{d,e}(T)$  attraverso la consueta formula  $S_{d,e}(T) = \frac{S_{a,e}(T) \cdot T^2}{4 \cdot \pi^2}$ .

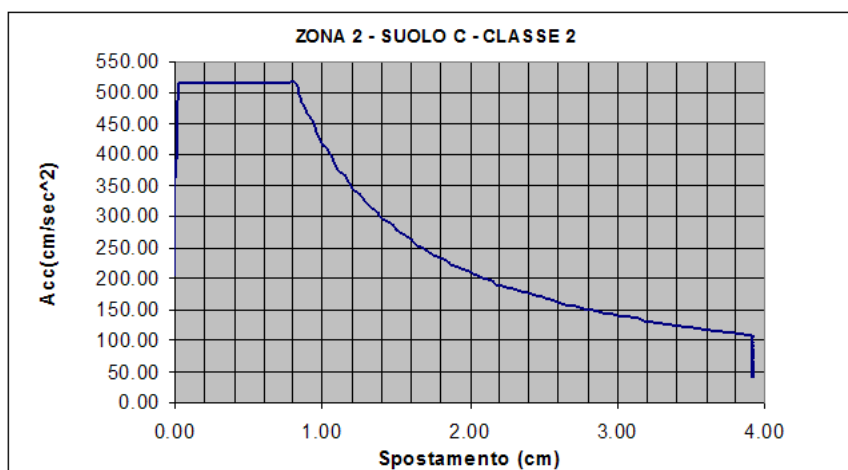


Figura 17.1.1.2

Inserendo in uno stesso grafico sia la curva di capacità che lo spettro elastico di domanda si ottiene la situazione rappresentata in figura successiva:

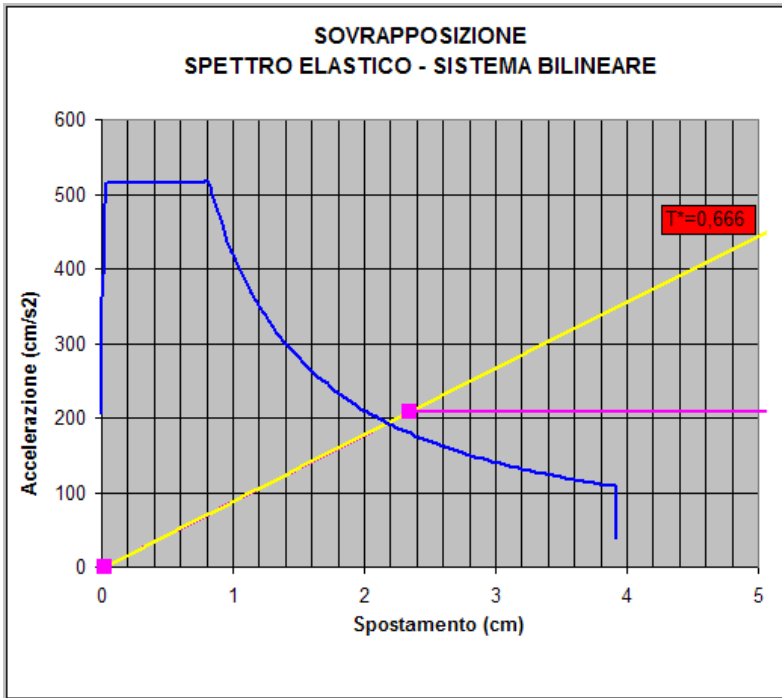


Figura 17.1.1.3

Si faccia caso che lo spettro elastico di domanda incrocia la curva di capacità in un punto che si trova nel tratto inclinato ascendente che rappresenta l'intervallo di spostamento in cui la struttura globalmente si mantiene in campo lineare. Il confronto dunque in questo caso va fatto senza considerare lo spettro inelastico proprio perché la domanda in spostamento del sisma di progetto non richiede alla nostra struttura l'escursione in campo plastico. Si noti che la retta gialla uscente dall'origine è rappresentativa del periodo proprio  $T^*$ .

La domanda in spostamento sarà inevitabilmente determinata graficamente dall'intersezione delle due curve di riferimento, mentre numericamente essa dovrà coincidere col valore di  $S_{d,e}(T^*)$  che risulta essere di 2,16 cm.

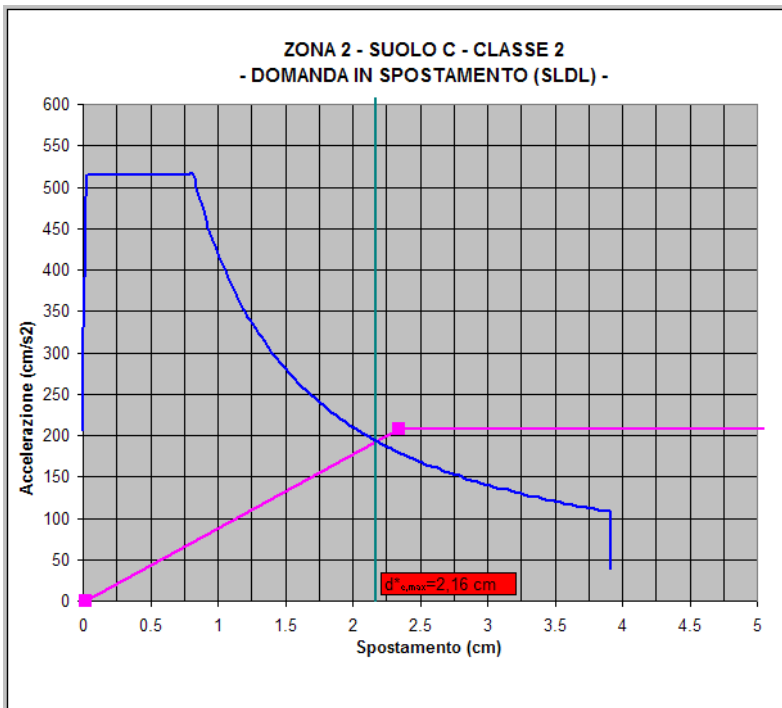


Figura 17.1.1.4

Il confronto tra il risultato grafico e quello numerico, rappresentato nella figura a fianco, conferma la bontà dei calcoli eseguiti.

Per determinare lo spostamento effettivo del punto di controllo del sistema M-GDL basterà moltiplicare  $d^*_{max} = 2,16$  cm per il coefficiente  $\Gamma$  che in questo caso è pari ad 1, per cui  $d_{max} = 2,16$  cm.

In termini generali, il confronto tra il valore dell'accelerazione corrispondente alla domanda sismica ( $S_{ae}$ ) e l'accelerazione relativa alla capacità del sistema bilineare ( $S_{ay}$ ) fornisce il valore del fattore di riduzione  $R_\mu$ , mentre il rapporto tra lo spostamento  $d^*_{e,max}$  e lo spostamento  $d^*_m = 9,10$  cm può essere inteso come una sorta di indice di rischio globale.

In effetti, in termini di deformabilità laterale, esso valuta il rapporto tra una capacità ultima di spostamento con una corrispondente domanda sismica, legata al particolare stato limite esaminato.

In effetti questo indice di rischio non è affatto analogo a quello che viene richiesto dal DPCM 21 Ottobre 2003 il quale punta a rapportare l'accelerazione di aggancio allo spettro di progetto col valore dell'accelerazione che manda in crisi il primo elemento per lo stato limite in esame, tuttavia esso è rappresentativo di un comportamento globale dell'edificio e restituisce un valore facilmente controllabile.

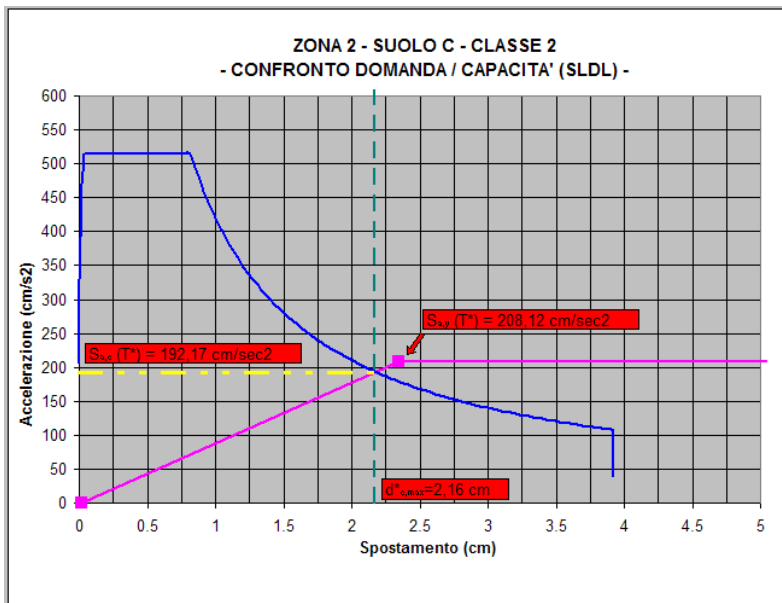


Figura 17.1.1.5

In sostanza, ricordando che  $d_m^* = 9,10$  cm, rapportando questo valore al valore di 2,16 cm richiesto dal sisma, si ottiene un indice pari a 4,21.

L'intersezione della curva di capacità con gli spettri di risposta elastica fornisce il valore della accelerazione spettrale globale di domanda che in questo caso è pari a 192,17 cm/sec<sup>2</sup>, corrispondente a 0,20g in termini di accelerazione di gravità.

Come già anticipato, le verifiche sismiche prevedono per lo SLDL la determinazione del valore di accelerazione di aggancio allo spettro che manda in crisi il primo elemento, intendendo con questo il raggiungimento della prima rotazione di snervamento; questo elemento deve essere identificato nel modello tridimensionale dopo aver convertito lo spostamento  $d_{max}^*$  relativo al sistema SDOF nello spostamento  $d_{max}$  del sistema MDOF, passando per il coefficiente  $\Gamma$ , precedentemente determinato.

In termini pratici, nella curva di pushover del sistema MDOF bisogna "bloccare" la deformata nel punto in cui il punto di controllo si è spostato della quantità  $d_{max} = 2,16$  cm e controllare quali elementi della struttura hanno già superato la rotazione di snervamento. Qualora si riscontrasse che più di un elemento ha oltrepassato tale limite, è necessario tornare indietro, retrocedendo lo spostamento del punto di controllo, step by step, fino al punto in cui si evidenzia la crisi del solo primo elemento.

Questo tipo di controllo risulta essere particolarmente oneroso, a meno che non sia il proprio software a farlo automaticamente, perché richiede il confronto di tutte le rotazioni nodali derivanti dall'analisi di push-over con le capacità rotazionali dei singoli elementi convergenti in quel nodo.

La seguente figura 17.1.1.6 riporta la schermata ottenuta dal software di calcolo in cui viene messa in evidenza la prima cerniera plastica che si apre nella struttura; in questo caso il programma permette la manipolazione cromatica del livello di rotazione raggiunto nella singola cerniera, per cui in fase di input si è indicato col colore blu lo step per il quale si raggiunge il valore di rotazione allo snervamento, corrispondente alla capacità del singolo elemento in quella estremità.

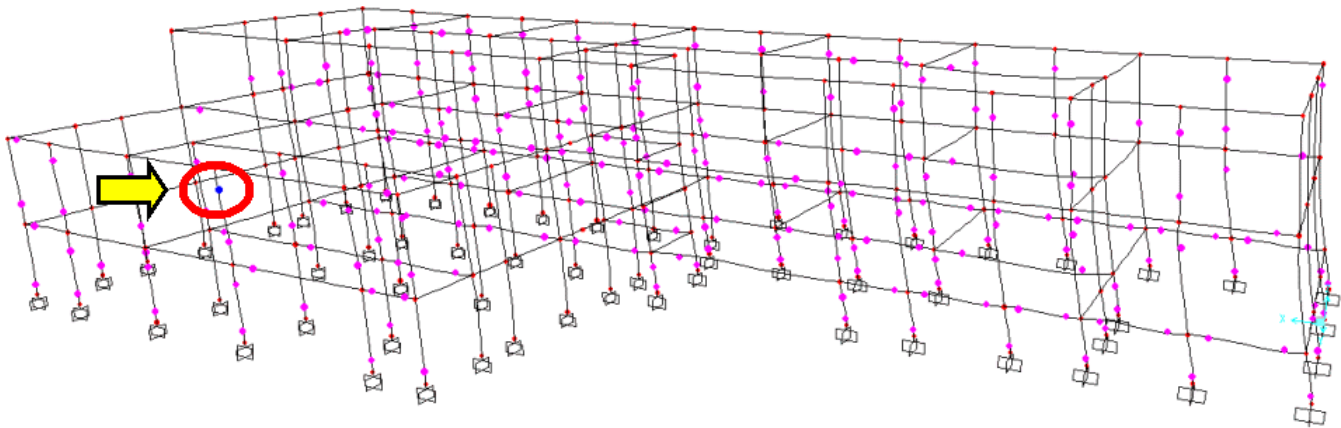


Figura 17.1.1.6 – Step 36: prima rotazione di snervamento –  $d_{SLDL} = 19,1$  mm

In corrispondenza dello step 36 il punto di controllo posto in corrispondenza del baricentro delle masse dell'ultimo piano si è spostato di 19,1 mm ( $d_{DL}$ ) per cui, poiché il coefficiente  $\Gamma$  nel caso in esame è pari ad 1, si dovrà identificare nella curva bilineare prima determinata, l'accelerazione in corrispondenza della quale si ha proprio lo spostamento indicato ( $d_{DL}^*$ ).

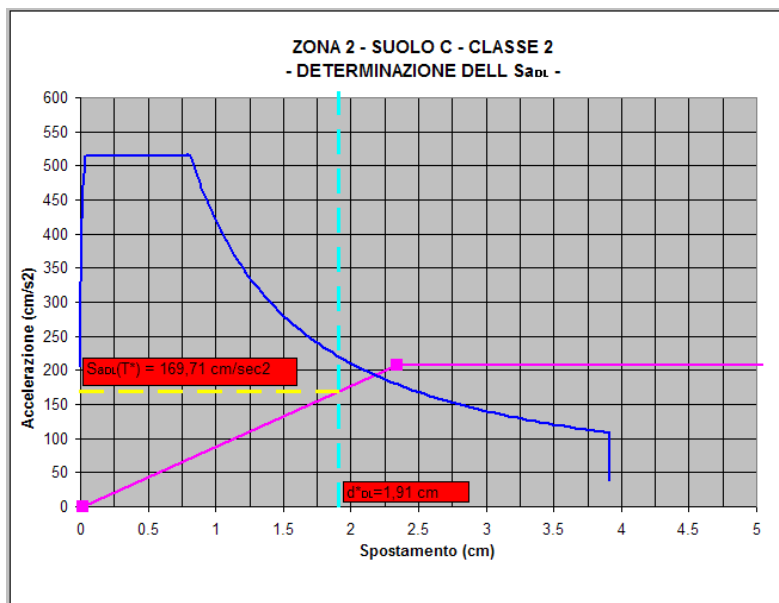


Figura 17.1.1.7

Come è possibile verificare nella figura a fianco, lo spostamento di 1,91 cm si verifica in corrispondenza di una accelerazione pari a 169,71  $\text{cm}/\text{sec}^2$  che in termini di accelerazione di gravità corrisponde a 0,17 g.

Per ricavare ora il valore della  $PGA_{DL}$  occorre invertire l'appropriata espressione dello spettro di risposta elastico (espressione 3.2.3 dell'ordinanza) ove l'accelerazione spettrale è indicata con  $S_e$ , considerando tutti i coefficienti di amplificazione. Essendo  $T^* > T_C$  si ha che:

$$a_g = \frac{0,17}{1,5 \cdot 1,4 \cdot 2,5 \cdot \left(\frac{T_c}{T^*}\right)} = 0,0878$$

L'indice di rischio sarà dunque dato dal rapporto tra questo valore ed il valore dell'accelerazione di aggancio allo spettro su suolo rigido, valido per lo stato limite in esame.

$$I_{R\_DL} = \frac{PGA_{DL}}{PGA_{30\%}} = \frac{0,0878}{0,10} = 0,878$$

Si noti come avrei ottenuto lo stesso valore se avessi ricavato  $a_g$  senza tener conto dei fattori di amplificazione ( $a_g = 0,184$ ), ma dividendo questo valore per 0,21 anziché 0,10.

Si faccia caso inoltre, per non cadere in valutazioni grafiche errate, che la determinazione del valore di  $S_{aDL}$  deve avvenire di regola applicando la seguente formula:

$$S_{aDL}(T^*) = \left(\frac{2\pi}{T^*}\right)^2 \cdot d_{DL}^*$$

Solo nel caso in cui la capacità di spostamento ricade nel ramo elastico della curva bilineare essa coincide graficamente con il valore evidenziato in figura 17.1.1.7, altrimenti la convergenza grafica avverrà attraverso l'intersezione con la retta uscente dall'origine e coincidente col periodo  $T^*$  del sistema bilineare equivalente.

### 17.1.2 La valutazione della risposta non lineare al Danno Limitato (MODE +X)

Formalmente la procedura per il push-over MODE +X è la stessa di quella vista nel dettaglio per il MASS +X, cambia però il profilo delle forze statiche laterali e con esse cambia anche il valore del coefficiente di partecipazione  $\Gamma$ , che in questo caso risulta essere pari a 1,38.

La curva di capacità sarà dunque condizionata dall'introduzione del coefficiente suddetto di cui si dovrà tener conto nella fase di valutazione della risposta strutturale del sistema MDOF.

Nella figura seguente, condensando in unico passaggio alcuni step visti con più attenzione nel paragrafo precedente, è possibile apprezzare la sovrapposizione delle curve significative ricavate dal trattamento dei dati di input ed output del push-over.

A differenza del precedente caso, questa volta la domanda in spostamento richiesta dal sisma di progetto è superiore alla capacità di spostamento elastico della curva bilineare, il che si traduce nella richiesta al sistema equivalente SDOF di entrare in campo plastico.

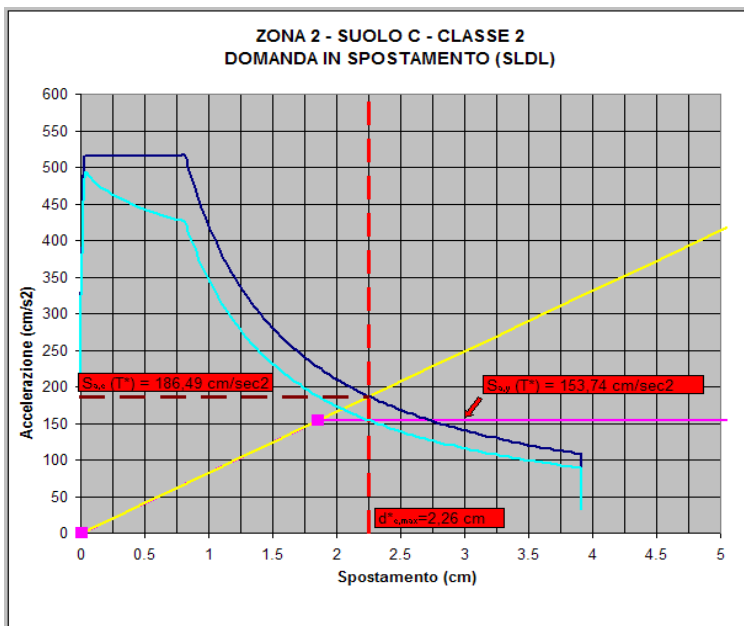


Figura 17.1.2.1

La domanda in spostamento deve dunque essere valutata mediante l'introduzione dello spettro inelastico il quale, risultando anche in questo caso  $T^* > T_C$ , fornisce una richiesta pari a quella del sistema elastico di pari periodo.

La costruzione grafica mette in evidenza che  $d_{e,max}^* = 2,26 \text{ cm}$ , in corrispondenza del quale si ha una  $S_{a,e}(T^*) = 186,49 \text{ cm/sec}^2$  a fronte di una  $S_{a,y}(T^*) = 153,74 \text{ cm/sec}^2$ .

A differenza del caso precedente però lo spostamento  $d_{e,max}^*$  del punto di controllo non coincide più col valore di  $d_{max}$  perché adesso entra in gioco il coefficiente  $\Gamma$ , per cui si ha che  $d_{max} = 2,26 * 1,38 = 3,11 \text{ cm}$ .

A questo livello di spostamento si verifica che diversi elementi sono andati in crisi per cui, adottando lo stesso criterio "a ritroso" visto nel precedente paragrafo, si ottiene che la prima rotazione di snervamento avviene in corrispondenza di una traslazione laterale pari a  $d_{DL} = 22,1 \text{ mm}$ .

Questo valore, valido per il sistema MDOF, va trasformato nel corrispondente spostamento del sistema

SDOF dividendolo per  $\Gamma$ , ottenendo così che  $d_{DL}^* = \frac{2,21}{1,38} = 1,60 \text{ cm}$ .

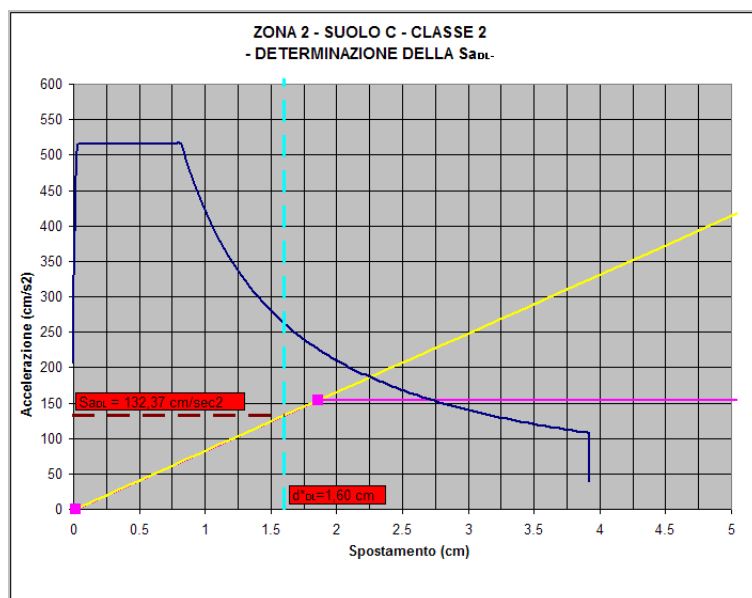


Figura 17.1.2.2

In corrispondenza di  $d_{DL}^*$  si ha che l'accelerazione spettrale  $S_{aDL}$  risulta essere pari a  $132,37 \text{ cm/sec}^2$ , che in termini di accelerazione di gravità corrisponde a  $0,13g$ .

Operando nello stesso modo visto per il caso mass +x si ottiene che:

$$I_{R\_DL} = \frac{PGA_{DL}}{PGA_{30\%}} = \frac{0,0688}{0,10} = 0,688$$

### 17.1.3 Considerazioni e commenti validi per il Danno Limitato

- Benché non sia espressamente richiesto dalle disposizioni attuative presenti nel DPCM 21 ottobre 2003, oltre che la stima del livello di rotazione allo snervamento, in letteratura viene spesso indicata l'opportunità di verificare che lo spostamento di interpiano rientri nei limiti previsti dall'ordinanza al punto 4.11.2.

Nel rispetto rigoroso della norma attuativa questo dato non deve influenzare il valore dell'indice di rischio, tuttavia un controllo sul drift di piano è consigliabile, soprattutto se i tamponamenti sono diffusi ed il loro danneggiamento può risultare particolarmente pericoloso per la sicurezza di chi usufruisce del fabbricato.

Si faccia comunque caso che la norma parla esplicitamente di tamponamenti rigidamente collegati alla struttura che interferiscono con la deformabilità della stessa, quindi indirizza il progettista verso il controllo dei pannelli inseriti direttamente nelle maglie di telaio, come le tamponature esterne ed eventuali tamponamenti interni presenti tra pilastro e pilastro.

In linea generale si ritiene comunque più coerente abbinare il controllo del drift di piano ad una analisi in cui nel modello di partenza si è tenuto conto sia della rigidità degli elementi strutturali che di quelli non strutturali.

Viene da se quindi che la procedura di analisi ottimale è quella che prevede due ipotesi di funzionamento della costruzione: la prima in cui si trascura qualsiasi contributo resistente degli elementi non strutturali, la seconda che tiene conto di tali contributi.

Si noti comunque che, qualora si voglia tener conto della presenza dei tamponamenti (ad esempio mediante una modellazione a bielle equivalenti), è molto importante che venga preliminarmente valutata la gerarchia di collasso esistente tra pannello e pilastro adiacente, per essere sicuri che l'elemento strutturale in c.a. si danneggi dopo aver mandato in crisi la tamponatura.

In termini pratici bisognerebbe verificare che lo sforzo di taglio che il pannello riesce a trasferire al pilastro prima di rompersi non sia superiore al taglio resistente del pilastro stesso, perché ciò vorrebbe dire introdurre una crisi fragile in un elemento strutturale che potenzialmente potrebbe sviluppare un meccanismo duttile.

L'esperienza visiva dei danni da terremoto ha mostrato che in linea di massima se le tamponature sono costituite da laterizi forati è pressoché certo che il pilastro riesca a resistere alle sollecitazioni trasmesse dal pannello, ma quando all'interno della struttura iniziano ad essere presenti pannelli costituiti da laterizi pieni, non è più possibile essere certi del rispetto di tale regola.

Ferma restando la necessità di verificare che le tamponature collassino prima dei pilastri, l'inserimento dei pannelli murari introduce all'interno della modellazione degli elementi in grado di influenzare la risposta della struttura, perché di fatto l'aumento di rigidezza complessiva cambia il comportamento dinamico dell'edificio in esame.

Nell'ambito di un'analisi in campo lineare mediante spettro di risposta sembra dunque opportuno considerare due modelli separati, uno che tenga conto della presenza dei tamponamenti e tramite il quale si conduca una verifica al danno limitato, l'altro che non consideri tali elementi ma che serva esclusivamente per le analisi al danno severo ed al collasso, per le quali si deve ritenere a ragione che i tamponamenti siano ormai collassati tutti.

Nell'ambito dell'analisi statica non lineare è invece opportuno che si riesca ad impostare una modellazione che tenga conto sin da subito delle tamponature (magari modellate con elementi elasto – fragili) e che nella progressione di danneggiamento strutturale man mano che la struttura viene spinta lateralmente, l'algoritmo consideri il decadimento della rigidezza complessiva corrispondente alla crisi dei pannelli.

Tali argomenti costituiscono dei filoni di ricerca tuttora in via di approfondimento e di cui si cercherà in seguito di approfondire le conoscenze.

#### 17.1.4 La valutazione della risposta non lineare al Danno Severo (MASS +X e MODE +X)

La valutazione della risposta strutturale non lineare al danno severo viene riportata contemporaneamente per i due tipi di push-over eseguiti.

La curva di capacità da cui si parte è la stessa vista precedentemente, quello che cambia in modo sostanziale è lo spettro elastico con cui si determina la domanda in spostamento, che è quello conforme all'ordinanza (ed analogamente alle NTC) valido per lo SLU.

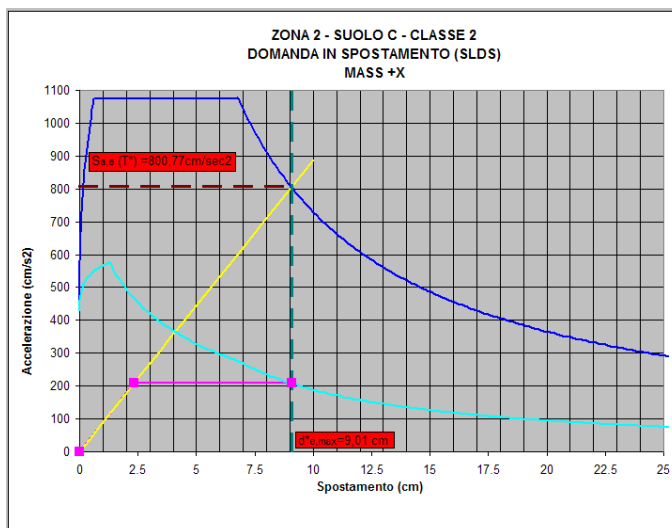


Figura 17.1.3.1 – mass +x

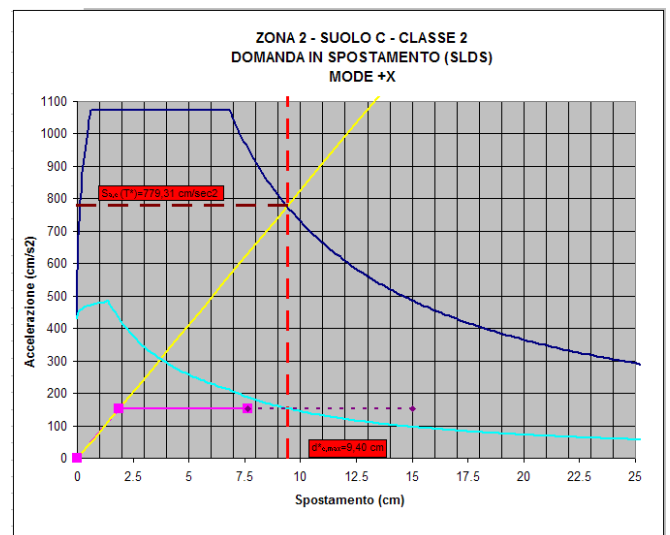


Figura 17.1.3.2 – mode +x

Si nota con evidenza come la domanda in spostamento sia notevolmente aumentata risultando nel caso del push mass praticamente coincidente col valore limite della curva di capacità (9,01 cm contro 9,10 cm), mentre nel caso di push mode la differenza è piuttosto marcata (9,40 cm di domanda contro 7,65 cm di capacità).

La letteratura tecnica indica che qualora la domanda in spostamento per un dato stato limite superi il pianerottolo plastico della curva di capacità, la struttura risulta essere molto lontana dalla verifica in termini di duttilità per cui l'intervento di adeguamento risulterà piuttosto importante.



Nel caso del danno severo l'indice di rischio va calcolato in corrispondenza della accelerazione per la quale il primo elemento strutturale raggiunge il valore di rotazione pari a  $\frac{3}{4}$  di quella ultima.

Considerando nello specifico il solo caso mode +x, dopo aver convertito il valore di  $d_{e,max}^*$  nel corrispondente valore  $d_{max}$  del sistema MDOF tramite il fattore di amplificazione  $\Gamma$ , si ottiene un livello di spostamento del punto di controllo pari a  $d_{max} = 9,40 \cdot 1,38 = 12,97$  cm in corrispondenza del quale molti elementi hanno superato il livello di danno severo.

Per risalire allo spostamento laterale in base al quale si ha che il primo elemento raggiunge la rotazione di danno severo, bisogna rientrare fino ad un valore di  $d_{DS}$  pari a 4,24 cm, che corrisponde al valore di

$$d_{DS}^* = \frac{4,24}{1,38} = 3,07 \text{ cm}$$

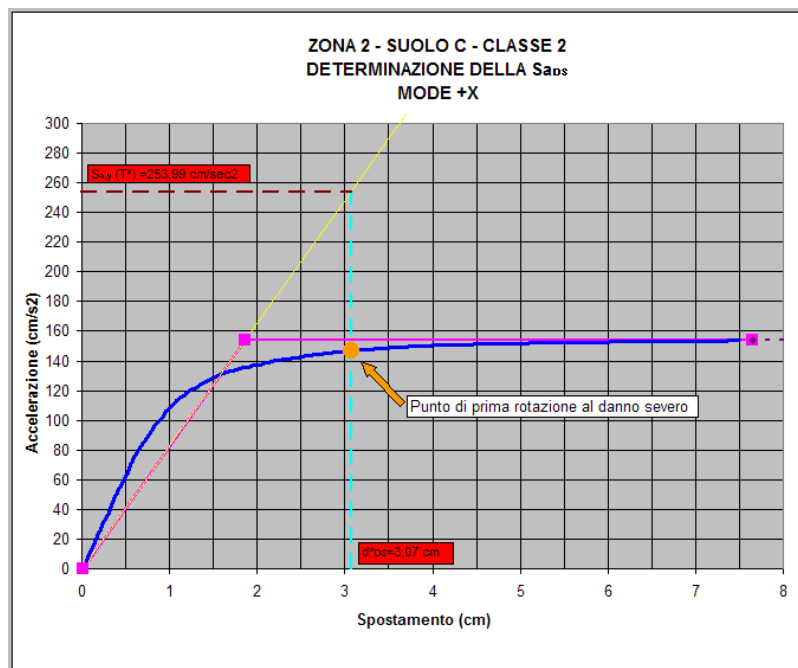


Figura 17.1.3.3

In corrispondenza di  $d_{DS}^*$  si ha che l'accelerazione spettrale  $S_{aDS}$  risulta essere pari a  $253,99 \text{ cm/sec}^2$ , che in termini di accelerazione di gravità corrisponde a 0,26g.

In questo caso operando le stesse trasformazioni viste prima, ma considerando i valori dei coefficienti di amplificazione validi per lo spettro elastico conforme allo SLU, si ha che:

$$I_{R_{DS}} = \frac{PGA_{DS}}{PGA_{30\%}} = \frac{0,0817}{0,25} = 0,326$$

Nella figura 17.1.3.3 è possibile inoltre apprezzare la costruzione grafica che permette la determinazione dell'accelerazione spettrale relativa al raggiungimento della prima crisi di Danno Severo, con la particolarità dovuta all'inserimento della curva di push-over scalata del coefficiente  $\Gamma$ .

Dall'analisi di questa curva è possibile ricavare diverse informazioni utili come ad esempio il tagliante alla base valido per il sistema equivalente in corrispondenza del prefissato stato limite; inoltre riportando sulla curva tutti i punti identificati degli stati limite esaminati, si avrà una sorta di mappatura del progressivo danneggiamento strutturale.

Applicando a questi valori il coefficiente di amplificazione  $\Gamma$  si ottengono gli analoghi parametri validi però per il sistema MDOF.

### 17.1.5 La valutazione della risposta non lineare al Collasso (MASS +X e MODE +X)

La valutazione della risposta non lineare al collasso richiede l'ottenimento di informazioni che possano permettere il controllo non solo del parametro deformativo legato alla deformabilità rotazionale, ma anche del possibile innesco dei meccanismi fragili legati alla crisi per taglio ed a quella dei nodi strutturali.

Formalmente la valutazione della risposta nei confronti della prima crisi per rotazione ultima avviene con le stesse modalità viste per il DL e per il DS, fermo restando le note differenze sull'utilizzo degli spettri elastici di confronto, che di fatto comportano un ulteriore aumento di domanda di spostamento.



Per quello che riguarda i meccanismo legati al taglio, abbiamo già avuto modo di sottolineare nei capitoli relativi alle diverse analisi di push over condotte sulla struttura, come nel caso in cui siano presenti elementi fragili (modellati con opportune cerniere non rotazionali), la risposta non lineare dell'edificio e dunque la "qualità" della curva di capacità, può risultare alterata in modo non trascurabile (con cadute improvvise di rigidità), rispetto al caso in cui si siano modellate tutte cerniere flessionali.

Attraverso la curva di pushover ottenuta con un modello di calcolo in cui le cerniere possiedono tutte comportamento puramente rotazionale è possibile risalire allo spostamento in corrispondenza del quale il primo elemento raggiunge il taglio resistente e dunque è possibile capire se quell'elemento va in crisi prima per taglio o per flessione; tuttavia non è possibile apprezzare come la curva di capacità viene "modificata" da tale evento proprio perché essa viene disegnata dal programma solo in base al presunto comportamento flessionale attribuito ai vari elementi attraverso le cerniere plastiche.

La discussione su questa specifica tematica svolta nell'ambito del gruppo di lavoro che ha eseguito l'applicazione della norma sull'esempio della scuola di Camerano, ha di fatto nascere dei dubbi sull'affidabilità di una analisi di push-over condizionata dai meccanismi fragili, per cui si è maturata la convinzione che prima di eseguire una analisi non lineare è bene identificare preliminarmente quali elementi vanno in crisi per taglio piuttosto che per flessione, adottare subito degli interventi mirati alla correzione di questo difetto strutturale e dunque lanciare una analisi di push over in grado, questa volta con maggior affidabilità, di restituire una curva di capacità più realistica.

E' bene comunque saper valutare ingegneristicamente l'influenza degli elementi a spiccato meccanismo fragile: infatti, nel caso in cui gli elementi fragili siano pochi e sporadicamente distribuiti nell'ambito dell'edificio è possibile che essi non modifichino la curva in modo apprezzabile e dunque essa può essere considerata sufficientemente affidabile anche se si è condotta una modellazione con tutte cerniere flessionali.

Nel caso in cui invece la presenza di elementi fragili diventa importante (la scuola di Camerano ne è appunto un esempio: basti pensare alla presenza del piano interrato con tutti pilastri corti), può essere inutile condurre un'analisi non lineare su una struttura che di fatto raggiunge il collasso per un meccanismo fragile di taglio legato alla presenza dei pilastri tozzi.

Tornando all'esempio applicativo, la determinazione della prima crisi a taglio e quella della prima crisi dei nodi è sicuramente un lavoro molto oneroso a meno che il programma di calcolo non sia in grado di automatizzare tutti i passaggi.

Per quello che riguarda il taglio bisogna procedere nel seguente modo:

- Valutazione del livello di sollecitazione di taglio su tutti gli elementi in corrispondenza dello spostamento di domanda  $d_{max}$  determinato mediante l'intersezione della curva bilineare con lo spettro elastico di riferimento, tenendo conto del coefficiente  $\Gamma$ .
- Qualora si sia in presenza di elementi nei quali il livello di sollecitazione è superiore al taglio resistente della sezione, si inizia il processo di spostamento a ritroso per far rientrare il punto di controllo fino al livello in cui solo un elemento ha superato il limite di verifica ( $d_{CO\_taglio}$ ).
- Individuazione del livello di spostamento  $d^*_{CO\_taglio}$  e conseguente determinazione della  $PGA_{CO\_taglio}$  secondo la procedura valida per gli altri stati limite.

Il problema del superamento da parte di alcune travi del limite di taglio resistente solo per effetto dei carichi verticali presi in combinazione sismica è riscontrabile perfettamente anche nel modello in cui si è impostata l'analisi non lineare, dato che si è imposto al programma di iniziare il push over da una configurazione iniziale (step 0) in cui sono presenti i carichi verticali.

In queste condizioni viene da se che il moltiplicatore di collasso per il taglio è zero e dunque l'indice di rischio relativo è nullo. Questo fatto, generalmente riscontrabile in pochi elementi, costituisce un ulteriore



motivo per non avventurarsi in una analisi non lineare se non dopo aver corretto le crisi per meccanismi fragili.

Per quello che riguarda le verifiche dei nodi, la procedura di stima dell'indice di rischio è di difficile controllo a meno che il programma non sia in grado di eseguirla in automatico.

In questo caso la procedura sarebbe la seguente:

- Valutazione del livello di tensione per compressione e per trazione nei nodi (formule 11.2 e 11.3 dell'opcm 3431) in corrispondenza dello spostamento di domanda  $d_{max}$  determinato come il caso del taglio. Le forze da considerare sono lo sforzo assiale  $N$  e lo sforzo di taglio presente nel pilastro superiore nonché lo sforzo di trazione presente nelle barre longitudinali superiori; tutte queste sollecitazioni vanno valutate all'istante in cui si è bloccata la deformata di push over.
- Qualora si sia in presenza di elementi per i quali si è superata la tensione limite, si inizia il consueto processo di spostamento a ritroso del punto di controllo fino al solito valore  $d_{CO\_nodi}$ .
- Individuazione del livello di spostamento  $d^*_{CO\_nodi}$  e conseguente determinazione della  $PGA_{CO\_nodi}$ .

E' evidente che la procedura se condotta in modo manuale risulta essere particolarmente gravosa perché richiede la stima di tre parametri di sollecitazione di non immediata determinazione, soprattutto in relazione allo sforzo di trazione presente nelle barre superiori.

Generalmente i programmi di calcolo, quando consentono la visualizzazione degli step deformativi legati al push over, permettono di valutare  $N$  e  $T$  provenienti dal pilastro superiore attraverso l'output grafico dello stato di sollecitazione presente negli elementi nell'istante esaminato, ma non restituiscono il livello di trazione presente nelle barre longitudinali, costringendo il progettista alla determinazione dello stesso a partire dal momento flettente presente nella sezione di estremità.

Si tenga presente che la crisi anticipata dei nodi strutturali può provocare, come i meccanismi di taglio, delle non trascurabili conseguenze sulla forma e dunque sull'affidabilità della curva di capacità uscente dal programma di calcolo, così che si ritiene opportuno trattare questi elementi come se fossero delle criticità immediate, da correggere subito con opportuni e mirati interventi di adeguamento, prima ancora di eseguire l'analisi non lineare.

## 18. Considerazioni finali sulle verifiche di livello 1 e 2

L'esecuzione di verifiche di livello 1 e 2 per la valutazione della risposta sismica dell'edificio in cemento armato oggetto della presente pubblicazione, ha dato origine a diversi spunti di dibattito e riflessione all'interno del gruppo di lavoro, rendendo così possibili alcune considerazioni di carattere generale.

### 18.1 Valutazioni critiche e propositive

#### 18.1.1 La corretta valutazione della risposta lineare e non lineare

La norma sismica vuole indirizzare il progettista, attraverso le disposizioni attuative contenute nel DPCM 21 ottobre 2003, verso un tipo di analisi strutturale che valuti con un buon grado di affidabilità la capacità dell'edificio di sopportare le forze sismiche di progetto, spingendosi eventualmente fino al collasso.

L'attendibilità della verifiche è strettamente connessa al grado di precisione dell'analisi condotta, sull'affidabilità della quale pesano senza dubbio le incertezze legate ai metodi di calcolo.

L'applicazione puntuale delle verifiche di livello 1 e 2 ha certamente messo in evidenza quelle che sono le criticità dei criteri di analisi, i quali non sono certamente immuni da valutazioni complesse ed in certi casi problematiche.

Le verifiche in campo lineare (verifiche di livello 1), peraltro molto onerose da mettere in pratica perché quasi tutte le case software non l'hanno nemmeno implementate, sono certamente condizionate da un grado di approssimazione legato al fatto che esse notoriamente non riescono a cogliere molto bene il



comportamento non lineare della struttura, ma forniscono utilissime informazioni circa le capacità degli elementi nei confronti dei meccanismi fragili; in particolare tramite le procedure di calcolo implementate nell'esempio applicativo, è stato possibile valutare la tendenza di un elemento strutturale ad andare in crisi prima per taglio piuttosto che per flessione, nonché stimare l'accelerazione critica in base a considerazioni basate sull'equilibrio tra elementi duttili ed elementi fragili.

Le verifiche in campo non lineare (verifiche di livello 2), pur interpretando con sufficiente correttezza il comportamento post elastico della struttura, possono essere fortemente condizionate dal rispetto delle ipotesi di partenza che validano il metodo, nonché dalla presenza di elementi fragili la cui crisi può influenzare la qualità della risposta post elastica globale.

Di fronte a tali incertezze metodologiche, credendo di interpretare nel modo giusto lo spirito della norma, si avverte l'esigenza di suggerire un metodo di verifica che sostanzialmente sfrutti le peculiarità dei due metodi, lineare e non lineare.

A prescindere dal fatto che la norma di fatto obbliga il progettista all'esecuzione dell'analisi non lineare<sup>19</sup>, l'esecuzione della stessa deve essere sempre posticipata alla identificazione degli elementi condizionati dai meccanismi fragili, i quali possono influenzare in maniera significativa la risposta non lineare ed anzi spesso, qualora essi siano molto diffusi, ne vanificano completamente l'affidabilità.

Per far questo è possibile adottare una verifica di livello 1, spingendosi direttamente allo stato limite di collasso, tramite la quale dopo aver caratterizzato le capacità dei singoli elementi, possono essere messi in evidenza sia gli elementi che vanno in crisi per taglio solo per effetto dei carichi gravitazionali sia quegli elementi la cui crisi fragile giunge prima di quella duttile, riuscendo inoltre a stimare il valore dell'accelerazione critica.

Eseguito questo primo procedimento, si possono già programmare degli interventi mirati a correggere solo tali carenze, magari sfruttando poche ma sufficienti risorse economiche da destinarsi all'uopo; l'effetto di questo primo step è quello di abbassare il livello di pericolosità dell'edificio che, anche se ancora non adeguato completamente, può essere valutato con meno fretta<sup>20</sup> e soprattutto con maggior affidabilità adottando delle verifiche di livello 2.

Si tratta dunque di applicare un metodo di verifica già legata a considerazioni e valutazioni progettuali indirizzate verso l'identificazione e la correzione dei difetti strutturali più gravi che di solito, per strutture esistenti scarsamente armate e munite di calcestruzzi scadenti, sono rappresentati proprio dai meccanismi fragili.

<sup>19</sup> Si ricordi che l'analisi lineare è possibile solo per edifici regolari o che mostrino una uniforme ripartizione di duttilità nell'ambito dell'edificio.

<sup>20</sup> Tali argomenti costituiscono una delle basi dell'Incremental Seismic rehabilitation (Adeguamento sismico incrementale) che negli Stati Uniti sono fortemente consigliati dalle norme FEMA, per evitare eccessivi ed immediati costi di intervento strutturale, per i quali non sono disponibili risorse finanziarie.